



## Capitolo 3

# MODELLI PER L'ANALISI STRUTTURALE dai carichi allo stato di sollecitazione



## Capitolo 3

# MODELLI PER L'ANALISI STRUTTURALE dai carichi allo stato di sollecitazione

# Argomenti

- Analisi dei carichi
- Carico da urto
- Schematizzazioni
- Linee di forza
- Richiami sulle sollecitazioni nelle travi rettilinee
- Diagramma circolare dello stato di tensione
- Determinazione degli spostamenti con il metodo di Castigliano
- Tensioni nominali, concentrazione di tensione e fattori di forma
- Carico di punta
- Teoria membranale dei gusci assialsimmetrici
- Cilindri spessi e dischi
- Cenni all'analisi strutturale assistita dal calcolatore

# Introduzione

- L'analisi strutturale serve essenzialmente a dimensionare i componenti di una macchina in modo che non si deformino eccessivamente oppure si usurino e si deteriorino troppo.
- Soprattutto serve a evitare che essi si possano rompere nelle condizioni di esercizio previste.



Foto di rottura in volo

# Analisi dei carichi

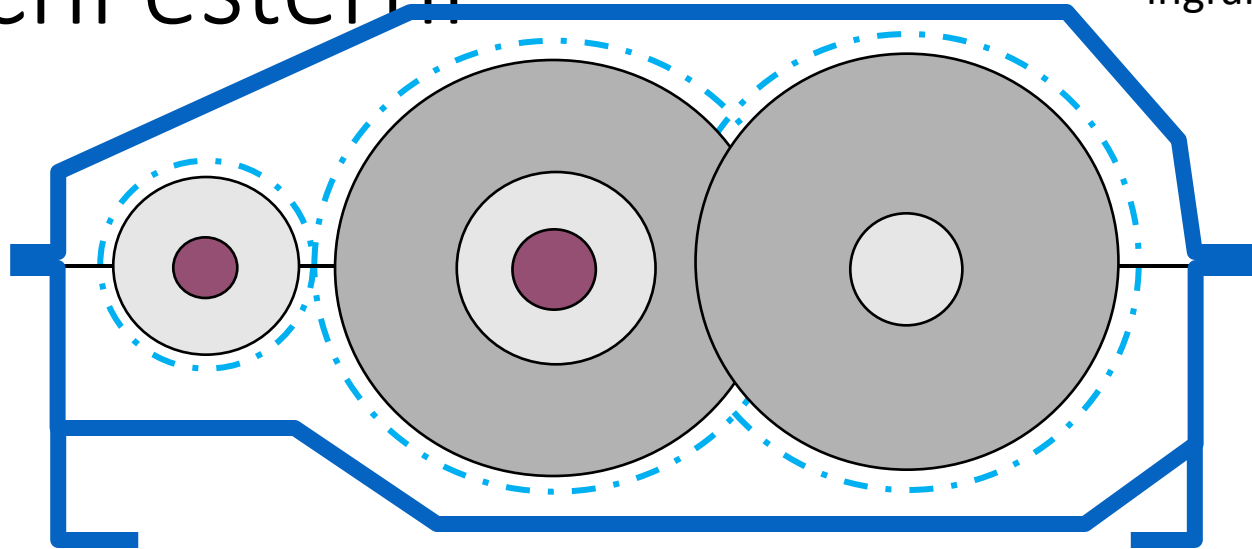
## classificazione

1. “Di servizio” o **nominali** (es. dedotti dai dati di targa di un motore elettrico);
2. dovuti al peso proprio (**effetto scala** dannoso al crescere delle dimensioni);
3. inerziali, dovuti ad accelerazioni previste o al moto della installazione;
4. indotti da deformazioni:
  - dovute al montaggio (es.: serraggio di bulloni, forzamenti),
  - di origine termica (es.: impedita dilatazione, gradienti di temperatura);
5. dovuti all’ambiente esterno o interno (es. fluidi in moto o in pressione);
6. dovuti all’attrito;
7. generati da bruschi transitori, vibrazioni, **urti** (→ fattore “di sovraccarico”);
8. di origine magnetica, elettromagnetica, elettrostatica o di altra natura;
9. occasionali (es.: di collaudo o dovuti al trasporto e all’installazione);
10. accidentali (es.: urto di fine corsa) o dovuti ad uso improprio “prevedibile”.

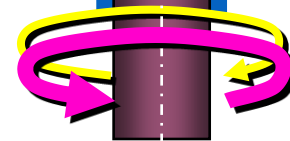
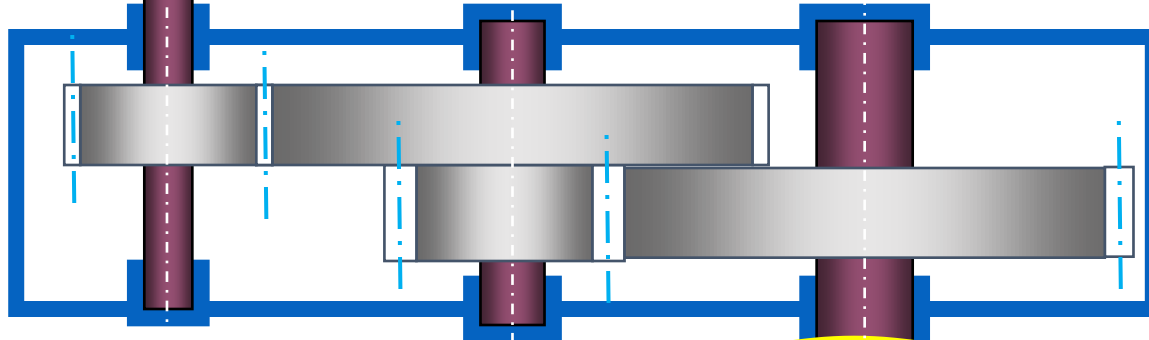
# Carichi esterni

riduttore a  
ingranaggi

peso  
totale

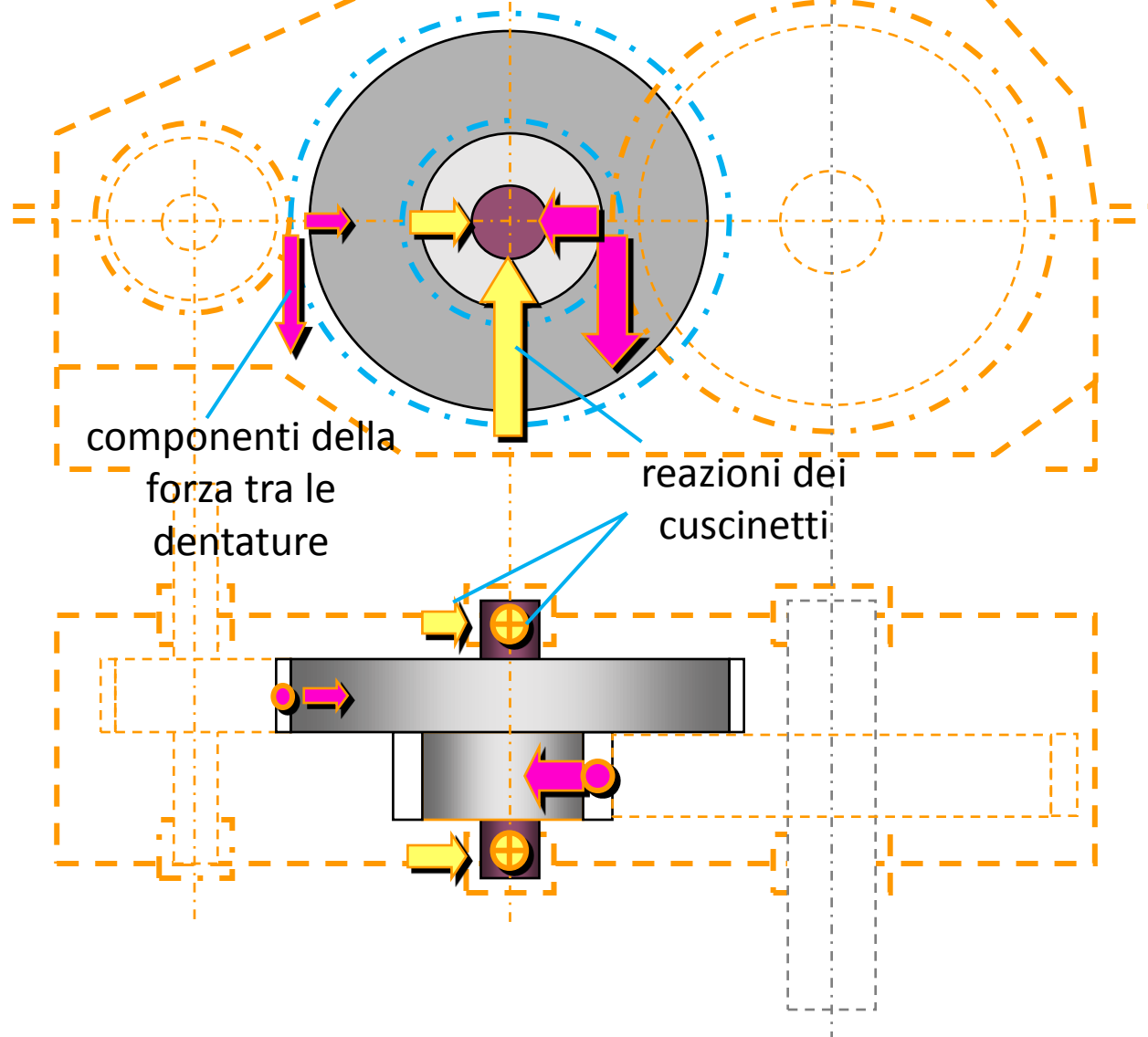


coppia motrice



coppia  
utilizzatore

# Carichi e reazioni vincolari interne



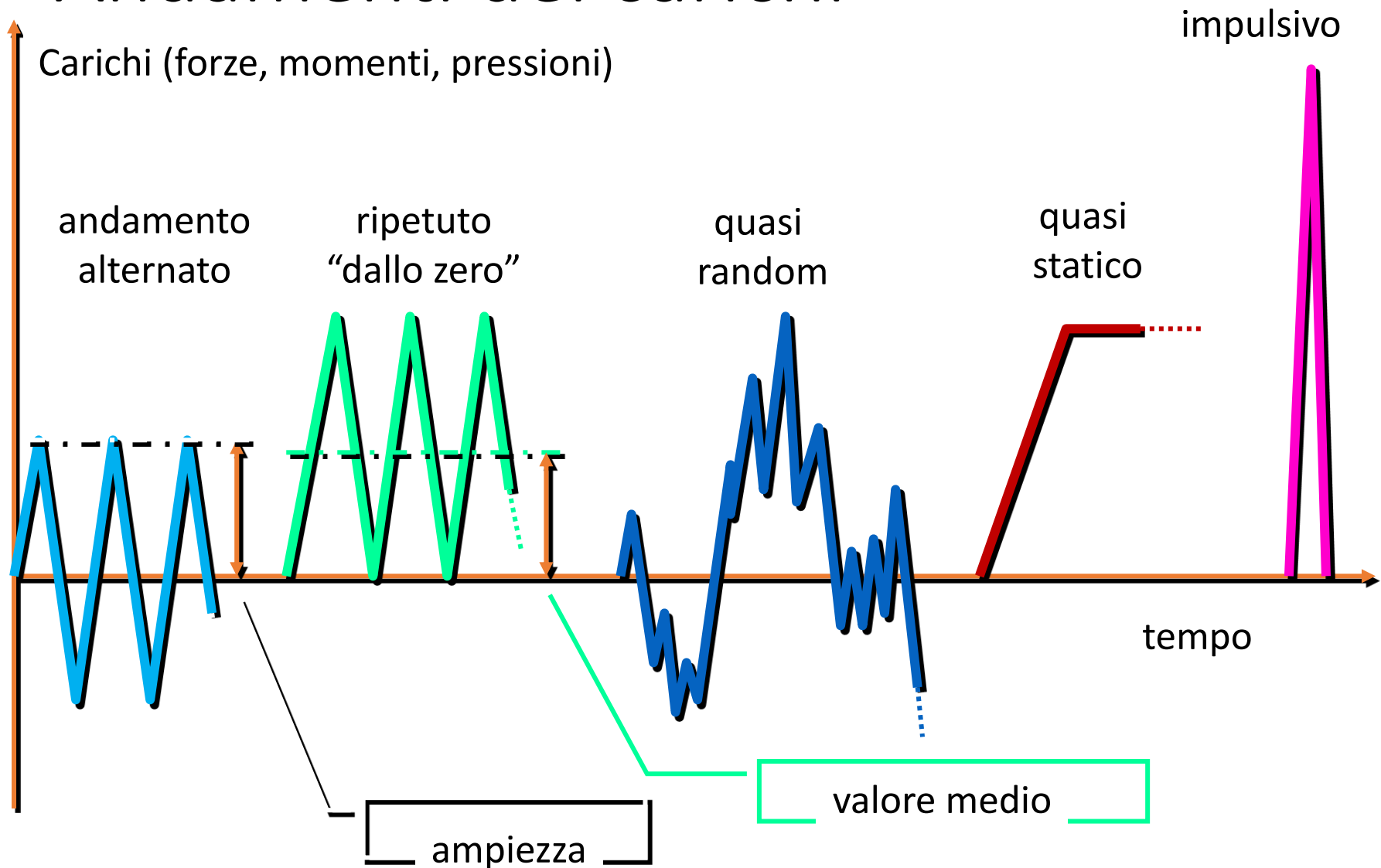
# Analisi dei carichi

condizioni di carico

- Carichi ordinari, agenti durante tutta la vita della macchina:
  - **storia di carico** definita dal “collettivo” o “cumulativo” di carico;
  - numero di applicazioni di carichi che rientrano in un dato “livello” = campo di variazione (andamenti di carico ripetitivi, semi-probabilistici o del tutto casuali);
  - sono presi come riferimento per l’analisi della **durabilità in servizio**;
  - problemi: rottura dilazionata? deterioramento eccessivo?
- Carichi straordinari, eccezionali, “**sovraccarichi**”:
  - previsti o applicati una o poche volte nella vita; problemi:
    - deformazioni eccessive? rottura immediata? instabilità equilibrio?
  - i requisiti di progetto al riguardo variano da caso a caso.



# Andamenti dei carichi



# Carichi impulsivi

- Carichi applicati gradualmente:
  - tempo di applicazione molto superiore al periodo della oscillazione naturale della struttura.
  - Fattore di sovraccarico unitario
- Carico istantaneo (es. brusca rimozione di un vincolo).
  - Fattore di sovraccarico pari a 2 .
- Carico d'urto; esempio: massa che cade da un altezza  $h$ 
  - $\delta_{st}$  = spostamento con carico statico= $mg/k$
  - dalla relazione  $mg(h+\delta)=(1/2)k\delta^2$  il fattore di sovraccarico  $K_0=\delta/\delta_{st}$  risulta

$$K_0 = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}}$$

# Schematizzazioni

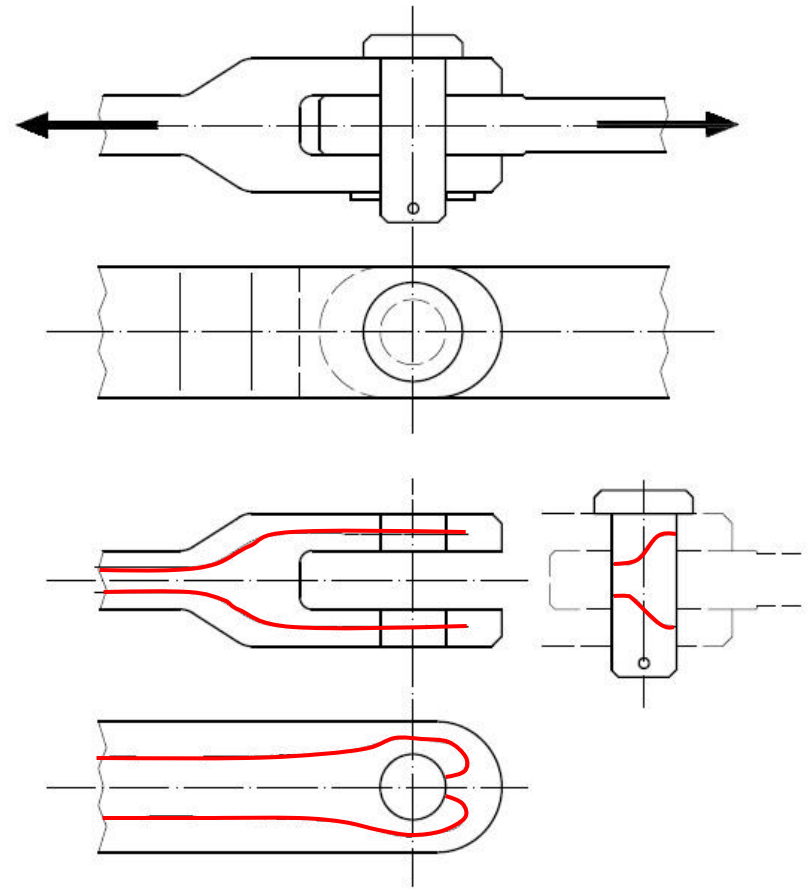
- Qualunque sia il metodo di analisi adottato il primo passo di un'analisi strutturale è tradurre la realtà in uno schema di calcolo, compatibile con il metodo stesso, senza poi dimenticare, nella successiva fase di analisi dei risultati, le ipotesi assunte nel processo di schematizzazione.

# Dallo schema al disegno costruttivo

- Oltre al passaggio da una realtà o da un disegno costruttivo a uno schema, occorre sapere compiere il passaggio inverso: dallo schema a una possibile realizzazione concreta.
- Ciò richiede l'elaborazione di un disegno costruttivo preliminare, nel quale si fissano alcune dimensioni essenziali (disegno di complessivo "di studio").
- Calcoli e analisi approfondite portano al disegno esecutivo.

# Linee di forza

- Una descrizione qualitativa dello stato di sollecitazione di un elemento si ottiene con il tracciamento delle linee di forza.
- Esse sono concettualmente analoghe alle “linee di spinta” dell’Architettura e affini alle linee isostatiche.
- Il tracciamento delle linee di forza agevola nell’individuazione delle forze interne di un pezzo o di un assieme.



# Tipologie strutturali

modelli di forme strutturali

• Per semplicità di calcolo ci si può spesso ricondurre ad alcune tipologie:

- Travi:

- rettilinee
- curvilinee

- Lastre

- Piastre

- Corpi assialsimmetrici:

- gusci
- cilindri spessi
- dischi

- Il sistema di forze, coppie e pressioni esterne è noto grazie alla schematizzazione iniziale.

- Con il principio di *D'Alembert*, si possono inserire le forze di inerzia (note le condizioni di moto) come forze esterne.

- Le reazioni dei vincoli sono le forze e le coppie necessarie per l'equilibrio.

- La determinazione del tipo di vincolo rientra nella schematizzazione iniziale.

# Esempi di strutture composte da travi e componenti assimilabili a travi



## Strutture civili



# Esempi di strutture composte da travi e componenti assimilabili a travi



## Telai veicoli



RAA-9-A



Esempi di strutture composte da travi e componenti assimilabili a travi



Alberi di macchine



# Esercizio

Riduttore meccanico ad ingranaggi a denti dritti

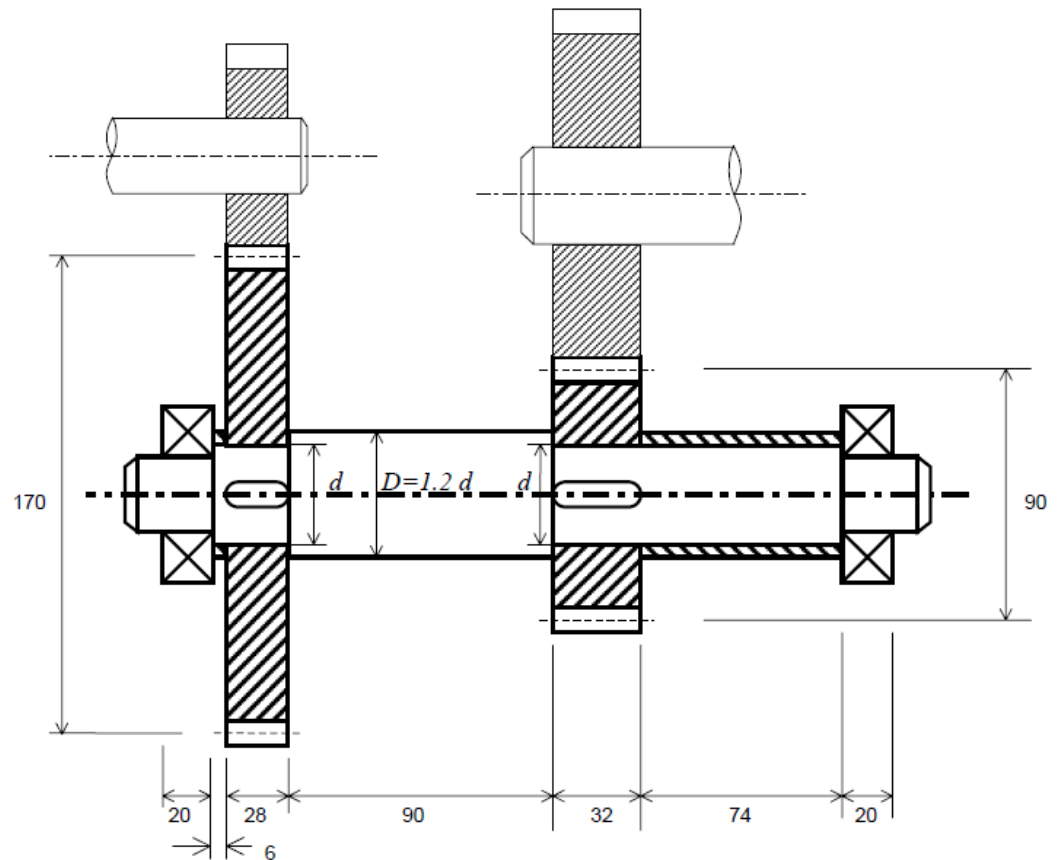
potenza trasmessa  $W=14\text{kW}$

velocità  $n=115\text{giri/min}$

angolo di pressione  $\theta=20^\circ$

$d=40\text{mm}$

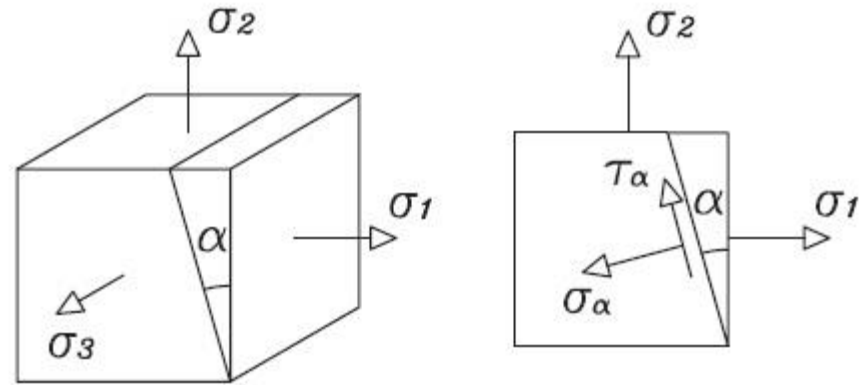
- fare lo schema di corpo libero dell'albero,
- tracciare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione,
- individuare le sezioni più sollecitate,
- calcolare le tensioni nominali normali e tangenziali.



# Diagramma circolare

dello stato di tensione

- Lo stato di tensione è descritto da sei componenti indipendenti, tre normali e tre tangenziali.
- Lungo le direzioni principali agiscono solo le tre componenti normali.
- Isolando una porzione del cubo elementare su cui agiscono le componenti principali e imponendo l'equilibrio si ottiene:



$$\sigma_{\alpha} = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha$$

- Ciò definisce il **cerchio di Mohr**.

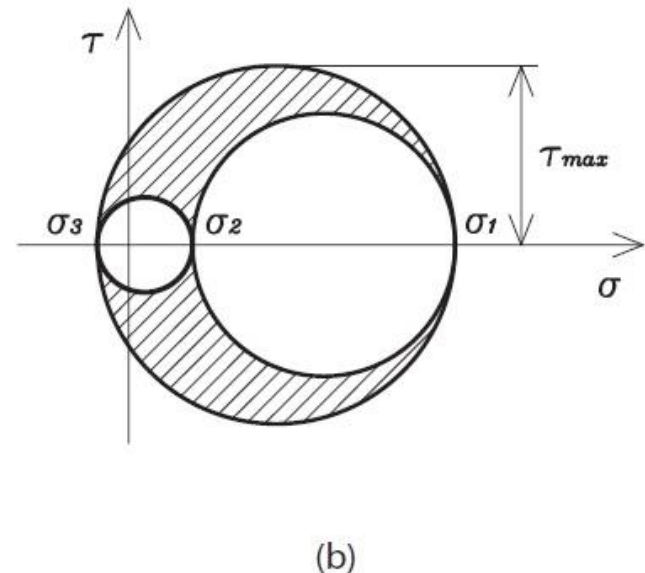
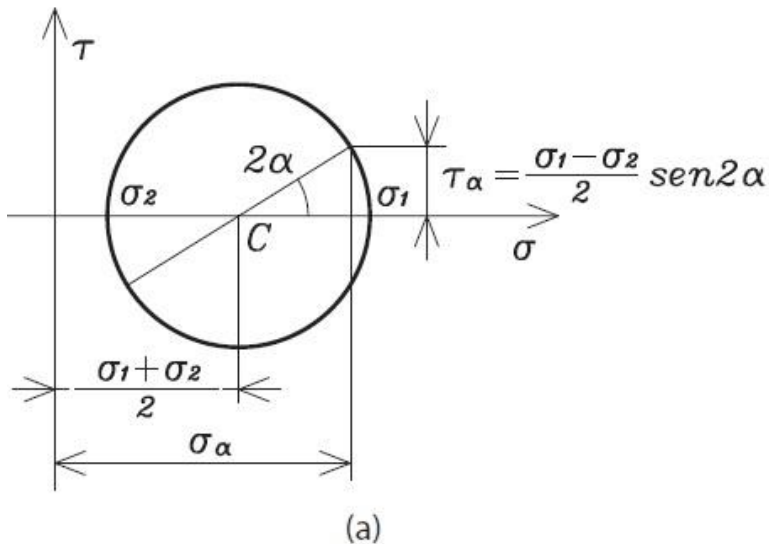
•

# Diagramma circolare

dello stato di tensione (2)

## •Rappresentazione dello stato di tensione mediante i cerchi di Mohr:

- singolo cerchio, relativo a una giacitura ottenuta con un piano parallelo all'asse della terza direzione principale;
- arbelo completo di Mohr e spazio relativo a una giacitura generica.



# Calcolo degli spostamenti

- Nel caso generale che non vi siano forze attive nel punto e nella direzione dello spostamento (o rotazione) desiderato si considera una forza o coppia **fittizia** di modulo unitario che soddisfi tali caratteristiche.
- Applicando la sovrapposizione degli effetti e trascurando il contributo alla deformazione dato dal taglio, tramite la espressione dell'energia di deformazione della trave, nella quale si considerano anche i termini dovuti alla forza o coppia fittizia (termini con pedice 1), risulta:

$$\delta = \int \frac{NN_1}{EA} ds + \int \frac{M_x M_{x1}}{EJ_x} ds + \int \frac{M_y M_{y1}}{EJ_y} ds + \int \frac{M_z M_{z1}}{GJ_{0,eq}} ds$$

- Il secondo membro è costituito dalla somma degli **integrali di Mohr**.