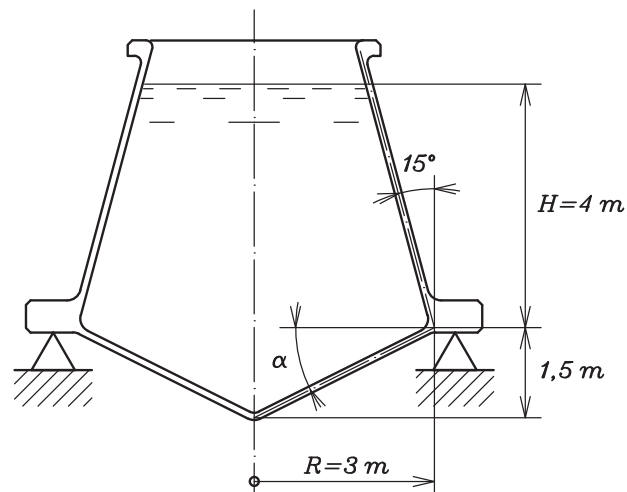


**Figura 3.37**  
Serbatoio troncoconico  
appoggiato.



Si seziona il recipiente appena sotto vincolo e si imposta l'equilibrio assiale della parte inferiore:

$$N_{\varphi} \sin \alpha 2 \pi R - \rho g V_c - \rho g H \pi R^2 = 0$$

dove  $V_c$  è il volume del cono.

Si ricava quindi, con  $\alpha = 26,6^\circ$  e  $V_c = 14,1 \text{ m}^3$ ,  $N_{\varphi} = 147,9 \text{ kN}$  e  $\sigma_{\varphi} = 14,8 \text{ MPa}$ .  
Dall'equazione di Laplace:

$$\frac{N_{\varphi}}{\infty} + \frac{N_{\theta}}{R / \sin(26,6^\circ)} = \rho g H$$

si ricava:  $N_{\theta} = 263,0 \text{ kN}$  e  $\sigma_{\theta} = 26,3 \text{ MPa}$ .

#### Commento

A causa del vincolo agli spostamenti dei due gusci vi saranno effetti flessionali non ricavabili con la teoria membranale. ■

## 3.12 Cilindri spessi e dischi

Si vuole studiare lo stato di sollecitazione in un corpo a geometria cilindrica, soggetto a carichi radiali assialsimmetrici e uniformi lungo l'asse, applicando la teoria dell'elasticità senza trascurare, a differenza della teoria membranale, la variazione di tensione circonferenziale con il raggio né la tensione radiale. Lo studio di questo tipo di problema consente di analizzare alcune importanti classi di componenti: **cilindri in pressione** di grosso spessore, **cilindri montati con interferenza** o sottoposti a gradiente termico e **dischi rotanti**.

A causa della pressione applicata sulla superficie cilindrica, interna o esterna, o dei carichi inerziali dovuti alla rotazione, la deformazione che si produce è simmetrica rispetto all'asse del cilindro; ciò può essere espresso dicendo che il problema elastico è *assialsimmetrico*.

Nel caso di cilindro cavo di grosso spessore si considera la sezione del cilindro che è una corona circolare con raggio interno  $R_i$  e raggio esterno  $R_e$  riferita a un sistema di riferimento cilindrico  $r, \vartheta, z$ .

Si considera lo stato di deformazione e di tensione dovuta alla pressione interna o esterna. Per questo tipo di carico l'unica componente di spostamento è lo spostamento radiale  $u = f(r)$  che è funzione della sola variabile  $r$ . Una fibra

circolare generica del cilindro, individuata dal raggio  $r$ , ha lunghezza  $L_0 = 2\pi r$ ; con lo spostamento radiale  $u$  la sua lunghezza diventa  $L = 2\pi(r + u)$  e quindi la deformazione circonferenziale è data da:

$$\epsilon_{\theta} = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{u}{r}, \quad (3.19)$$

mentre per la deformazione radiale vale la:

$$\epsilon_r = du/dr. \quad (3.20)$$

Dall'equilibrio in direzione radiale di un elemento infinitesimo del cilindro di lati  $dr$ ,  $r d\vartheta$  e  $dz$  (Figura 3.38), considerato che per le ipotesi di assialsimmetria e di sezioni piane le direzioni radiale, circonferenziale e assiale sono principali, si ottiene:

$$\sigma_r + r \frac{d\sigma_r}{dr} - \sigma_{\theta} = 0$$

Utilizzando le equazioni costitutive di materiale lineare elastico e isotropo (legge di *Hooke*) che legano le tensioni alle deformazioni:

$$\sigma_{r,\theta} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{r,\theta} + \nu\epsilon_{\theta,r}) + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_z$$

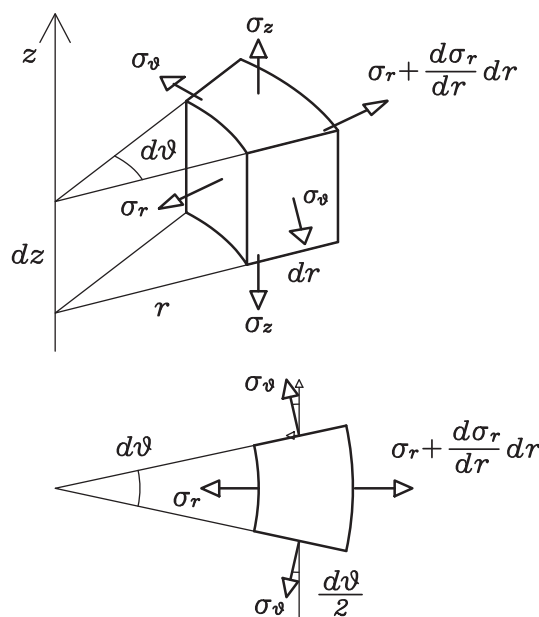
Tensioni e spostamenti

ed esprimendo infine le deformazioni in funzione dello spostamento con le relazioni scritte sopra, si perviene a un'equazione differenziale nella sola variabile  $u$ :

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (3.21)$$

il cui integrale generale è:

$$u(r) = ar + \frac{b}{r}$$



**Figura 3.38**  
Elemento di volume cilindrico e tensioni agenti.

Lo spostamento radiale  $u$  è quindi dato dalla somma di un termine lineare e di un termine iperbolico. Utilizzando nuovamente le equazioni di congruenza e costitutive da tale espressione si ottengono quelle delle tensioni (*Lamé-Clapeyron*, 1833):

Equazioni di  
*Lamé-Clapeyron*

$$\sigma_r(r) = A - \frac{B}{r^2}, \quad \sigma_\theta(r) = A + \frac{B}{r^2}. \quad (3.22)$$

Da queste formule si deduce che per qualsiasi valore di  $r$  la somma  $\sigma_r + \sigma_\theta$  è costante e vale  $2A$ .

Le costanti  $A$  e  $B$  si determinano imponendo le *condizioni al contorno* alla tensione radiale  $\sigma_r(r)$ :

$$\sigma_r(R_i) = -p_i \quad \sigma_r(R_e) = -p_e$$

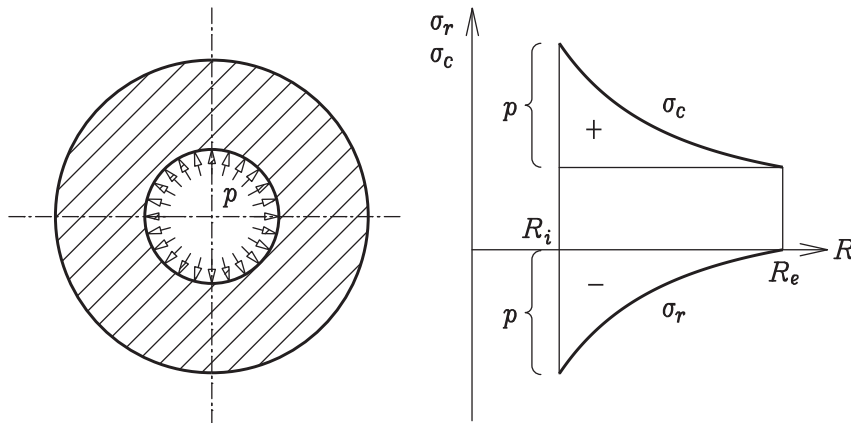
Ponendo il rapporto fra i raggi  $R_i/R_e = \beta < 1$ , si ottiene

$$A = \frac{p_i \beta^2 - p_e}{1 - \beta^2}, \quad B = \frac{(p_i - p_e) R_i^2}{1 - \beta^2}. \quad (3.23)$$

Nel caso di cilindro sottoposto solo a pressione interna il diagramma delle tensioni in funzione del raggio  $r$  sono nella Figura 3.39.

**Figura 3.39**

Cilindro di grosso spessore sottoposto a pressione interna.



Dal legame fra la deformazione circonferenziale e le tensioni

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)]$$

e finalmente, con la sostituzione dell'espressione di  $\epsilon_\theta = u/r$ , si ottiene lo spostamento radiale:

Spostamenti radiali

$$u(r) = \frac{1 - \nu}{E} Ar + \frac{1 + \nu}{E} B \frac{1}{r} - \frac{\nu}{E} \sigma_z r \quad (3.24)$$

dove l'ultimo termine non è presente nel caso di tensioni assiali nulle.

Nel caso di cilindro cavo sottoposto a pressione interna  $p_i$  si ottiene, facendo uso delle costanti date dalle Equazioni (3.23)

$$u(r) = \frac{p_i}{E} \frac{1}{1 - \beta^2} \left[ (1 - \nu)\beta^2 r + (1 + \nu) \frac{R_i^2}{r} \right] - \frac{\nu}{E} \sigma_z r. \quad (3.25)$$

Nel caso di cilindro cavo sottoposto a pressione esterna  $p_e$ :

$$u(r) = -\frac{p_e}{E} \frac{1}{1-\beta^2} \left[ (1-\nu)r + (1+\nu)\frac{R_i^2}{r} \right] - \frac{\nu}{E} \sigma_z r. \quad (3.26) \quad \text{Cilindro cavo in pressione}$$

Si notino i segni dei due spostamenti radiali.

Se le estremità del cilindro sono chiuse, la pressione interna ha una forza risultante assiale  $N = p_i \pi R_i^2$ . Questa forza fornisce la tensione assiale

$$\sigma_z = \frac{N}{\pi(R_e^2 - R_i^2)}. \quad (3.27)$$

Nel caso di cilindro di piccolo spessore, approssimando  $R_i$  e  $R_e$  a  $R_m$ , e  $(R_e^2 - R_i^2) \approx 2R_m h$  si ottiene ancora una volta, come caso particolare, la formula di *Mariotte*:

$$\sigma_\vartheta = p_i \frac{R_m}{h} \quad \text{Formula di Mariotte}$$

Approssimando  $\sigma_z = p_i R_m / (2h)$  e dato che la deformazione circonferenziale è pari a

$$\epsilon_\vartheta = \frac{1}{E} (\sigma_\vartheta - \nu \sigma_z) = \frac{u}{r}$$

lo spostamento radiale  $u$  subito dal raggio  $R_m$ , nel caso di  $\sigma_z = 0$ , è pari a:

$$u = \frac{p_i R_m^2}{E h},$$

mentre nel caso di cilindro chiuso in pressione è pari a:

$$u = \frac{p_i R_m^2}{E h} \left( 1 - \frac{\nu}{2} \right).$$

### 3.12.1 Cilindri montati con interferenza

Si considerano due cilindri (1, 2) i quali hanno rispettivamente i raggi: per il cilindro 1:  $R_i = R_1$  e  $R_e = R_2$ ; per il cilindro 2:  $R_i = R_2$  e  $R_e = R_3$ .

I due cilindri, che hanno lo stesso diametro nominale  $R_2$ , possono essere accoppiati fra loro. Se esiste *gioco*, il cilindro più piccolo può essere inserito facilmente in quello più grande. Se esiste *interferenza*, si può dilatare quello più grande aumentando il suo raggio di  $\Delta R_2$ . Questo aumento del raggio può essere ottenuto in due modi differenti:

1. con un aumento di temperatura;
2. con la pressione di un fluido.

Con la variazione della temperatura si ha

$$\Delta R_2 = \alpha (T_f - T_o) R_2 \quad (3.28)$$

con  $\alpha$  coefficiente di dilatazione lineare,  $T_o$  temperatura iniziale,  $T_f$  temperatura di riscaldamento. Oltre a dilatare il cilindro più grande si può contrarre con raffreddamento il cilindro più piccolo, ovvero si possono usare contemporaneamente le due tecniche.

L'aumento di raggio  $\Delta R_2$  consente di introdurre il cilindro più piccolo in quello più grande ossia di realizzare il montaggio.

Di norma i **forzamenti** vengono eseguiti a caldo; i forzamenti a freddo si usano in casi particolari quando il forzamento a caldo non è possibile o non è conveniente. Se il valore dell'interferenza è elevato con il forzamento a freddo si può avere lo snervamento del materiale; lo stato di tensione è triassiale e non si possono adoperare modelli semplici di calcolo.

Quando si ripristinano le condizioni iniziali di temperatura i due cilindri si portano a uno stesso raggio, intermedio tra i due iniziali, e si genera una pressione di contatto fra i due cilindri; infatti il cilindro esterno tende a riassumere la dimensione primitiva ma è ostacolato dalla presenza del cilindro interno. In questo modo si induce uno stato di tensione per deformazione impedita. Il valore di questa pressione e lo stato di tensione che da essa ha origine si possono calcolare con le formule date precedentemente. Si indichi con  $i_r$  l'interferenza nota sui raggi definita come  $i_r = R_{2(1)} - R_{2(2)}$ , con  $R_{2(1)} > R_{2(2)}$ . Il valore della pressione di contatto  $p_c$  si determina con un'equazione di congruenza sullo spostamento radiale al raggio  $R_2$  e cioè si impone che lo spostamento positivo del cilindro esterno (che si è dovuto allargare rispetto al valore di  $R_2$  iniziale), sommato al valore assoluto (o sottratto il valore con segno) dello spostamento negativo del cilindro interno (che si è dovuto restringere rispetto al valore di  $R_2$  iniziale) dovuti entrambi alla pressione  $p_c$  incognita, sia uguale a  $i_r$ .

$$u_2(R_2) + |u_1(R_2)| = u_2(R_2) - u_1(R_2) = i_r \quad (3.29)$$

Per  $u_1$  e  $u_2$  si utilizzano le espressioni ottenute nel precedente paragrafo, in funzione della **pressione convenzionale di forzamento**  $p_c$ , che è esterna per il cilindro interno e interna per il cilindro esterno. Assegnando l'interferenza  $i$  – nota la geometria e le proprietà elastiche dell'albero e del mozzo – si può quindi determinare la pressione di contatto  $p_c$ . Nota la pressione di contatto, si possono calcolare le tensioni con le formule del precedente paragrafo per i due cilindri. L'andamento delle tensioni radiale e tangenziale è riportato nella Figura 3.40, nel caso di cilindro interno cavo e cilindro interno pieno.

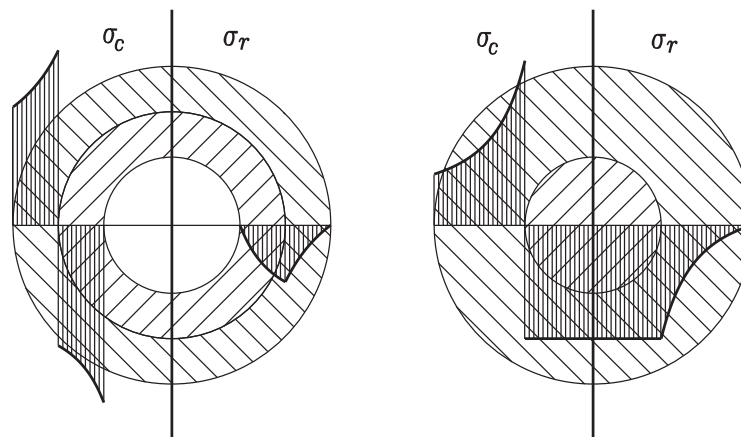
Il forzamento può essere utilizzato per produrre l'effetto di cerchiatura, da parte di un cilindro esterno, su di un cilindro soggetto a pressione interna riducendo la tensione circonferenziale al raggio interno del cilindro interno (Figura 3.41). Si può determinare un'interferenza ottimale, dal punto di vista dello sfruttamento del materiale, tale da portare allo stesso coefficiente di sicurezza (definito nel capitolo successivo) nei due cilindri.

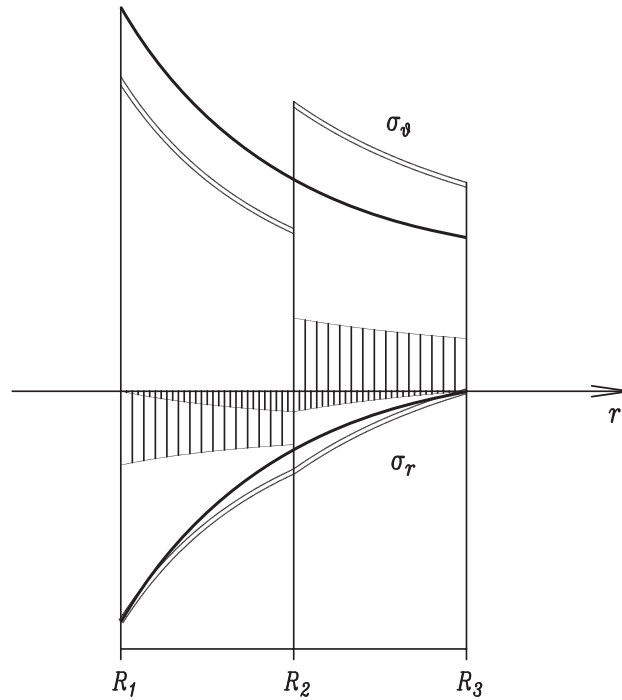
Forzamento

Pressione di forzamento

Figura 3.40

Stato di tensione dovuto al forzamento fra cilindri: a sinistra il cilindro interno è cavo, mentre a destra è pieno, ossia  $R_1 = 0$ .





**Figura 3.41**  
Tensioni radiale e circonferenziale in due cilindri forzati, in seguito all'applicazione della pressione interna. Si riconoscono le tensioni derivanti dal forzamento iniziale (grafici tratteggiati), l'effetto della pressione sull'insieme dei cilindri (tratto in grassetto) e le tensioni risultanti dalla loro somma (linea a tratto doppio).

### 3.12.2 Dischi in rotazione

In un cilindro, assimilabile a un disco, rotante intorno al proprio asse con velocità angolare  $\Omega$  costante si crea uno stato di tensione dovuto alle forze di inerzia. Trascurando le azioni in direzione assiale l'analisi può essere ricondotta al caso piano e l'unica variabile è lo spostamento radiale  $u$ . In particolare, l'elemento infinitesimo del cilindro di lati  $dr$ ,  $r d\theta$  e  $dz$ , è soggetto alla forza centrifuga infinitesima, diretta radialmente,  $dF_c = \rho (r d\theta dr dz) r \Omega^2$ . Includendo  $dF_c$  nell'equilibrio radiale di tale elemento si ottiene l'equazione

$$\sigma_r + r \frac{d\sigma_r}{dr} - \sigma_\theta = -\rho \Omega^2 r^2$$

Procedendo come per i cilindri in pressione si perviene a un'equazione differenziale non omogenea in  $u$ :

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = -\frac{1-\nu^2}{E} \rho \Omega^2 r$$

la cui soluzione è la somma della soluzione generale e di quella particolare:

$$u(r) = ar + \frac{b}{r} - \frac{1-\nu^2}{E} \frac{\rho \Omega^2 r^3}{8} \quad (3.30)$$

Le tensioni sono date dalle espressioni:

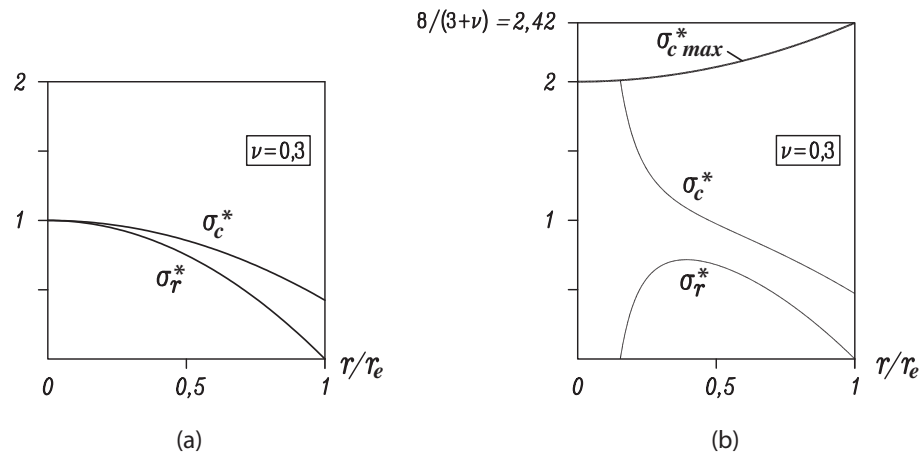
$$\sigma_r(r) = A - \frac{B}{r^2} - \frac{3+\nu}{8} \rho \Omega^2 r^2 \quad (3.31)$$

$$\sigma_\theta(r) = A + \frac{B}{r^2} - \frac{1+3\nu}{8} \rho \Omega^2 r^2 \quad (3.32)$$

Effetti della centrifugazione

**Figura 3.42**

Tensioni circonferenziale e radiale in un disco in rotazione pieno (a) e cavo (b).



Le costanti  $A$  e  $B$  nel caso di disco forato si determinano con le condizioni al contorno per la tensione radiale  $\sigma_r$ :

$$\begin{cases} \sigma_r = -p_i & \text{per } r = R_i \\ \sigma_r = -p_e & \text{per } r = R_e. \end{cases} \quad (3.33)$$

Nel caso del disco pieno la prima condizione è sostituita dall'imporre  $u(0) = 0$  che porta a  $B = 0$ . Nella Figura 3.42 vengono riportati i diagrammi delle tensioni in funzione di  $r$  con le condizioni al contorno  $\sigma_r(R_i) = \sigma_r(R_e) = 0$ . La tensione circonferenziale assume il valore massimo al raggio  $R_i$ . La tensione radiale assume il valore massimo sull'asse, per il caso di disco pieno, oppure a un valore intermedio del raggio per un disco cavo. Nella figura è riportato anche l'andamento della tensione circonferenziale massima,  $\sigma_{max}$ , al variare di  $R_i$ , essendo costanti  $\Omega$  e il raggio esterno  $R_e$ .

#### Turbine e volani

Queste formule sono state applicate per lo studio di dischi rotanti, come i dischi delle turbine, i volani con alta velocità di rotazione, ecc. In particolare possono essere adattate al caso di dischi palettati considerando come condizione al contorno al raggio esterno una tensione radiale positiva a cui si può ricondurre la forza centrifuga delle palette.

Nei casi in cui si hanno spessori variabili bruscamente o geometria non assialsimmetrica, si può descrivere la geometria reale di tutta la ruota e dell'albero e determinare quindi lo stato di deformazione e di tensione mediante metodi numerici (FEM).

#### ESEMPIO 3.14

Una puleggia è costituita da un disco in acciaio ( $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ,  $E = 210 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,3$ ), a spessore costante (raggio interno 50 mm, raggio esterno 200 mm, spessore 10 mm) ed è calettata su un albero pieno con un'interferenza  $i_r = 0,035 \text{ mm}$ . Calcolare la velocità di rotazione a cui si annulla la pressione di contatto trascurando la deformazione dell'albero.

#### Svolgimento

Si impongono le condizioni di tensione radiale nulla al raggio interno (a causa della perdita di contatto) e al raggio esterno della puleggia ottenendo:

$$A = \frac{3 + \nu}{8} \rho \omega^2 (R_1^2 + R_2^2)$$

$$B = \frac{3 + \nu}{8} \rho \omega^2 R_1^2 R_2^2$$

Si impone la condizione di spostamento radiale al raggio  $R_1$  della puleggia pari a  $i_r$ :

$$u_2(R_1) = \frac{1-\nu}{E}AR_1 + \frac{1+\nu}{E}\frac{B}{R_1} - \frac{1-\nu^2}{8E}\rho\omega^2R_1^3$$

e si ricava  $\omega$ .

Sostituendo i valori numerici si ottiene  $\omega = 751$  rad/s.

Si consiglia, data la presenza della forza centrifuga, onde evitare errori nelle unità di misura, di usare per le unità di lunghezza il m, anziché il mm. I risultati per le tensioni saranno in Pa. Se la deformazione dell'albero non fosse stata trascurabile bisognava calcolarne lo spostamento al raggio  $R_1$  con:

$$A' = \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2R_1^2$$

$$u_1(R_1) = \frac{1-\nu}{E}A'R_1 - \frac{1-\nu^2}{8E}\rho\omega^2R_1^3$$

$$u_2(R_1) - u_1(R_1) = i_r$$

In questo caso, sostituendo i valori numerici si ottiene  $\omega = 756$  rad/s, da cui si deduce che, per l'esempio considerato, la semplificazione era plausibile. ■

### 3.12.3 Cilindri sottoposti a gradienti di temperatura

In un cilindro soggetto a una temperatura variabile radialmente si crea uno stato di tensione dovuto alla dilatazione impedita dei cilindri coassiali di spessore radiale infinitesimo che idealmente lo compongono. Mentre l'equazione di equilibrio elementare risulta inalterata rispetto a quella vista per il cilindro in pressione, cambiano le equazioni costitutive in cui compare il termine relativo alla dilatazione termica: nel caso di tensione piana ( $\sigma_z = 0$ )

$$\sigma_{r,\theta} = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_{r,\theta} + \nu\epsilon_{\theta,r}) - \frac{E\alpha\Delta T}{1-\nu}$$

nel caso di deformazione piana ( $\epsilon_z = 0$ )

$$\sigma_{r,\theta} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}[(1-\nu)\epsilon_{r,\theta} + \nu\epsilon_{\theta,r}] - \frac{E\alpha\Delta T}{1-2\nu}$$

Procedendo come per i cilindri in pressione si perviene a un'equazione differenziale non omogenea in  $u$ : nel caso di tensione piana ( $\sigma_z = 0$ )

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = (1+\nu)\alpha\frac{d\Delta T}{dr}$$

nel caso di deformazione piana ( $\epsilon_z = 0$ )

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = \frac{(1+\nu)}{1-\nu}\alpha\frac{d\Delta T}{dr}$$

Effetti del gradiente di temperatura

la cui soluzione è la somma della soluzione generale e di quella particolare: nel caso di tensione piana ( $\sigma_z = 0$ )

$$u(r) = ar + \frac{b}{r} - \frac{1}{r}(1+\nu)\int_{R_i}^r \alpha\Delta T r dr$$



nel caso di deformazione piana ( $\epsilon_z = 0$ )

$$u(r) = ar + \frac{b}{r} - \frac{1}{r} \frac{(1 + \nu)}{(1 - \nu)} \int_{R_i}^r \alpha \Delta T r dr$$

Le tensioni sono date dalle espressioni: nel caso di tensione piana ( $\sigma_z = 0$ )

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} - \frac{E}{r^2} \int_{R_i}^r \alpha \Delta T r dr$$

$$\sigma_\theta = A + \frac{B}{r^2} + \frac{E}{r^2} \int_{R_i}^r \alpha \Delta T r dr - E \alpha \Delta T$$

nel caso di deformazione piana ( $\epsilon_z = 0$ )

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} - \frac{E}{(1 - \nu)r^2} \int_{R_i}^r \alpha \Delta T r dr$$

$$\sigma_\theta = A + \frac{B}{r^2} + \frac{E}{(1 - \nu)r^2} \int_{R_i}^r \alpha \Delta T r dr - \frac{E}{(1 - \nu)} \alpha \Delta T$$

Le costanti  $A$  e  $B$  si determinano, come detto prima, con le condizioni al contorno per la tensione radiale  $\sigma_r$ :

$$\sigma_r = -p_i \quad \text{per} \quad r = R_i$$

$$\sigma_r = -p_e \quad \text{per} \quad r = R_e$$

### ESEMPIO 3.15

Un disco in acciaio, a spessore costante e raggio esterno  $R_2$ , è a una temperatura relativa di  $T_0$  per un raggio che va da 0 a  $R_1$ . Calcolare le tensioni radiali e tangenziali al variare del raggio.

#### Svolgimento

Per  $r \leq R_1$ , utilizzando le formule sopra riportate per un disco (stato di tensione piano), che in questo caso è pieno, risulta:

$$\sigma_r = -\frac{E}{r^2} \int_0^r \alpha T_0 r dr + \frac{E}{R_2^2} \int_0^{R_1} \alpha T_0 r dr = E \frac{\alpha T_0}{2} \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_2^2} = \text{cost}$$

$$\sigma_\theta = \sigma_r + r \frac{d\sigma_r}{dr}$$

Per  $r \geq R_1$ , tenendo conto che la temperatura è nulla tra  $R_1$  e  $R_2$ , risulta:

$$\sigma_r = -\frac{E}{r^2} \int_0^{R_1} \alpha T_0 r dr + \frac{E}{R_2^2} \int_0^{R_1} \alpha T_0 r dr = E \frac{\alpha T_0 R_1^2}{2} \left( \frac{1}{R_2^2} - \frac{1}{r^2} \right)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_r + r \frac{d\sigma_r}{dr} = E \frac{\alpha T_0 R_1^2}{2} \left( \frac{1}{R_2^2} + \frac{1}{r^2} \right)$$

Allo stesso risultato si poteva giungere considerando un disco pieno di raggio  $R_1$  montato con interferenza radiale pari alla dilatazione termica:  $i_r = \alpha T_0 R_1$ . Così facendo si ricava la “pressione di contatto” a  $R_1$ :

$$p_c = E \frac{\alpha T_0}{2} \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2}$$

da cui, per  $r \leq R_1$ :

$$\sigma_r = \sigma_\theta = -p_c$$

e

$$\sigma_{r,\theta} = \frac{p_c R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \mp \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \frac{p_c}{r^2} = E \frac{\alpha T_0 R_1^2}{2} \left( \frac{1}{R_2^2} \mp \frac{1}{r^2} \right).$$

### 3.13 Tensioni nominali, concentrazione di tensione e fattori di forma

Le relazioni riportate in precedenza per il calcolo delle tensioni **non** sono valide:

- nelle zone di applicazione di un carico;
- nelle zone dove la dimensione o la forma della sezione varia bruscamente;
- nelle zone di raccordo fra tronchi rettilinei di travi.

Quando si utilizzano le suddette relazioni anche in casi dove esse non sono rigorosamente valide si ottengono le cosiddette *tensioni nominali* (o *ingegneristiche*, *stress number*, *Nennspannung*)  $\sigma_n$  o  $\tau_n$ . Di regola si osserva che

$$\sigma_{n,max} < \sigma_{max}$$

Tensioni nominali

e altrettanto vale per le corrispondenti  $\tau$ .

Le tensioni nominali hanno tuttavia un'importanza pratica fondamentale, in quanto derivano da una *condizione di equilibrio* tra tensioni, carichi e reazioni vincolari.

Il calcolo delle tensioni nominali si può eseguire anche in situazioni ben diverse dai casi della trave rettilinea, dei gusci o dei cilindri visti precedentemente, come mostra il seguente esempio.

#### ESEMPIO 3.16

La Figura 3.43 mostra l'espansione polare di una macchina elettrica rotante. Si vogliono calcolare le tensioni nominali causate dalla forza centrifuga  $F_c$  in una generica sezione A-B della radice che collega l'espansione polare al rotore.

#### Svolgimento

Si determinano le forze di reazione vincolare  $F_1, F_2$ , che sono le risultanti delle pressioni di contatto. In prima approssimazione queste pressioni si assumono come equiripartite (pressioni convenzionali o nominali); di conseguenza la linea d'azione delle reazioni vincolari passa per il baricentro delle aree di contatto.

Stabilito il piano di sezione, si isola una porzione della radice, sulla quale – nel caso rappresentato nella figura – agisce solo la forza di reazione  $F_1$ . La sezione è di forma rettangolare, con altezza  $h$  e larghezza  $L$ . Le tensioni nominali agenti su tale superficie devono assicurare l'equilibrio di quella porzione di radice. Detta  $b$  la distanza della retta d'azione della forza  $F_1$  rispetto all'asse neutro della sezione, il momento flettente sarà  $M_f = F_1 b$ . La componente della forza  $F_1$  normale al piano della sezione costituisce la forza normale  $N$ . La componente parallela al piano di sezione costituisce invece la forza di taglio  $T$ .

Tramite le relazioni di calcolo riportate in precedenza si possono calcolare le tensioni nominali massime:

$$\sigma_{M_f,n,max} = \frac{6M_f}{Lh^2}, \quad \sigma_{N,n} = \frac{N}{Lh}, \quad \tau_{T,n,max} = \frac{3T}{2Lh}.$$