



**CORSO DI
PROGETTAZIONE ASSISTITA DA COMPUTER
CLM ING. dei VEICOLI**

**PARTE II B
REV01 2019 (da slides Prof.L.Bertini 2014)**

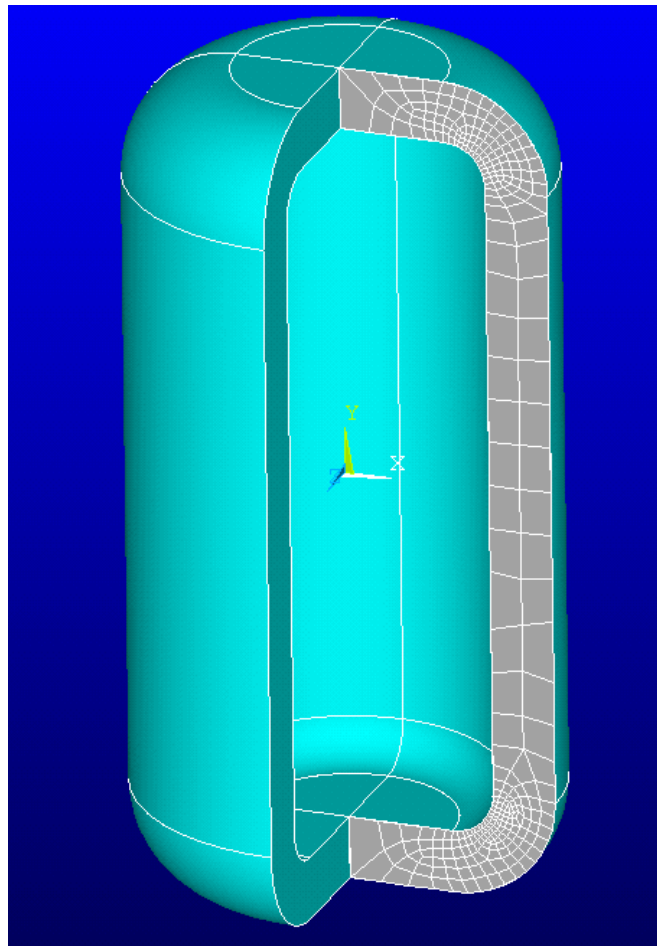
**PRINCIPALI TIPI DI ELEMENTO E LORO IMPIEGO
(PARTE B)**

ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/1

Cilindro di forte spessore



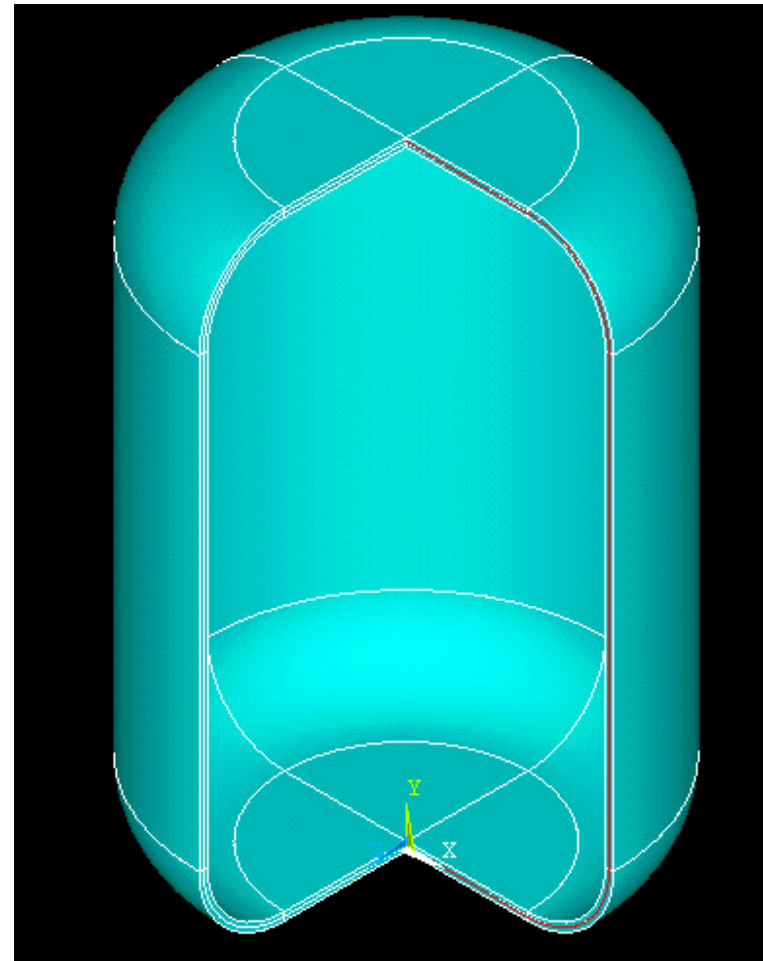
Elementi piani assialsimmetrici



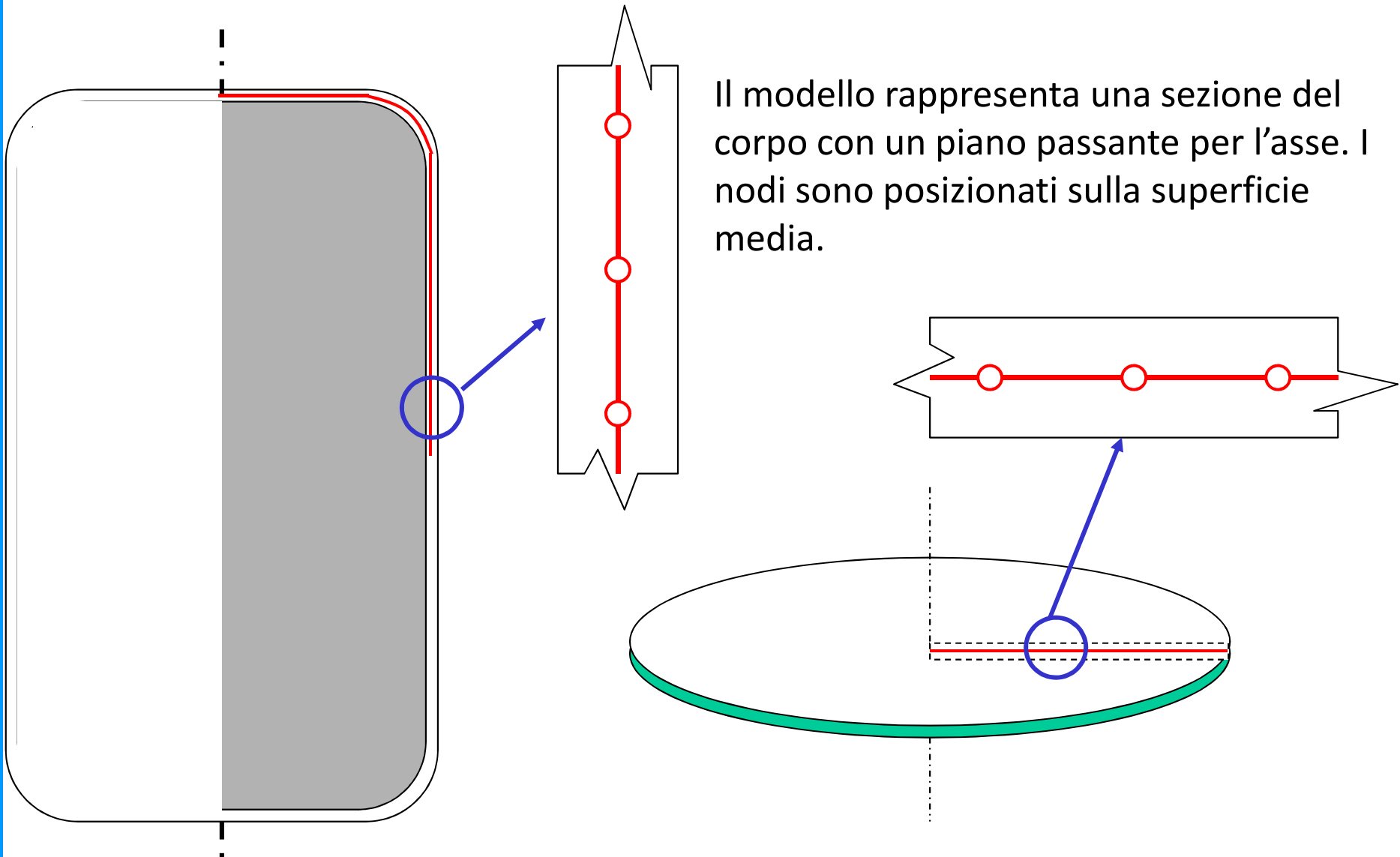
Cilindro di piccolo spessore



Elementi guscio assialsimmetrico

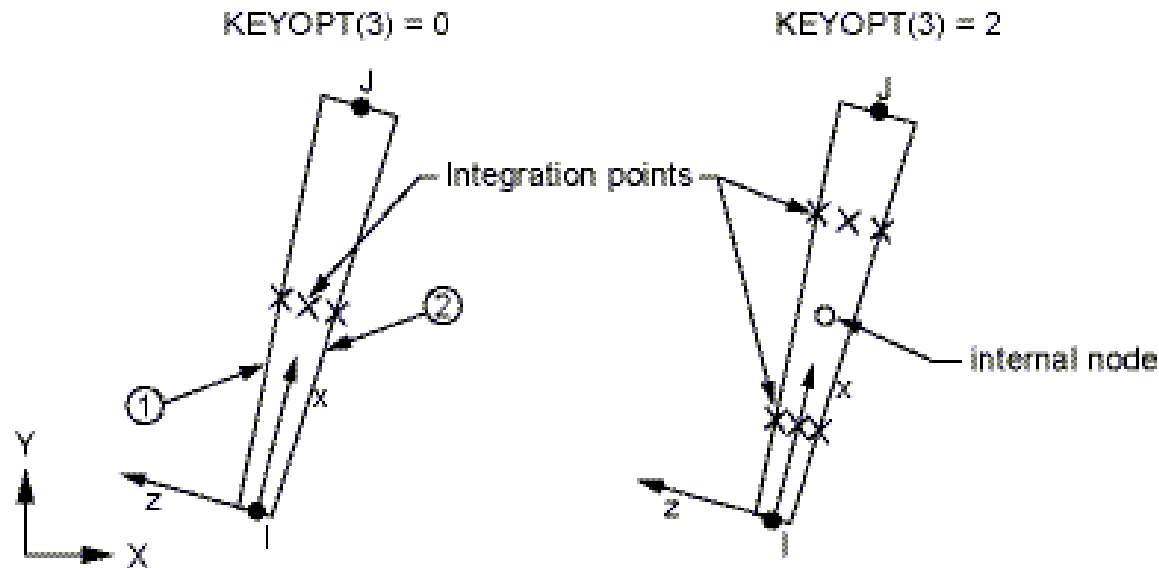


ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/2



ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/3

Figure 208.1: SHELL208 Geometry

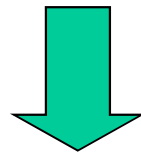


Gusci aventi geometria assialsimmetrica, soggetti a carichi assialsimmetrici (SHELL208), assialsimmetrici-armonici (SHELL61)

- 2 nodi
- 3 g.d.l./nodo (u_x , u_y e θ_z)

ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/4

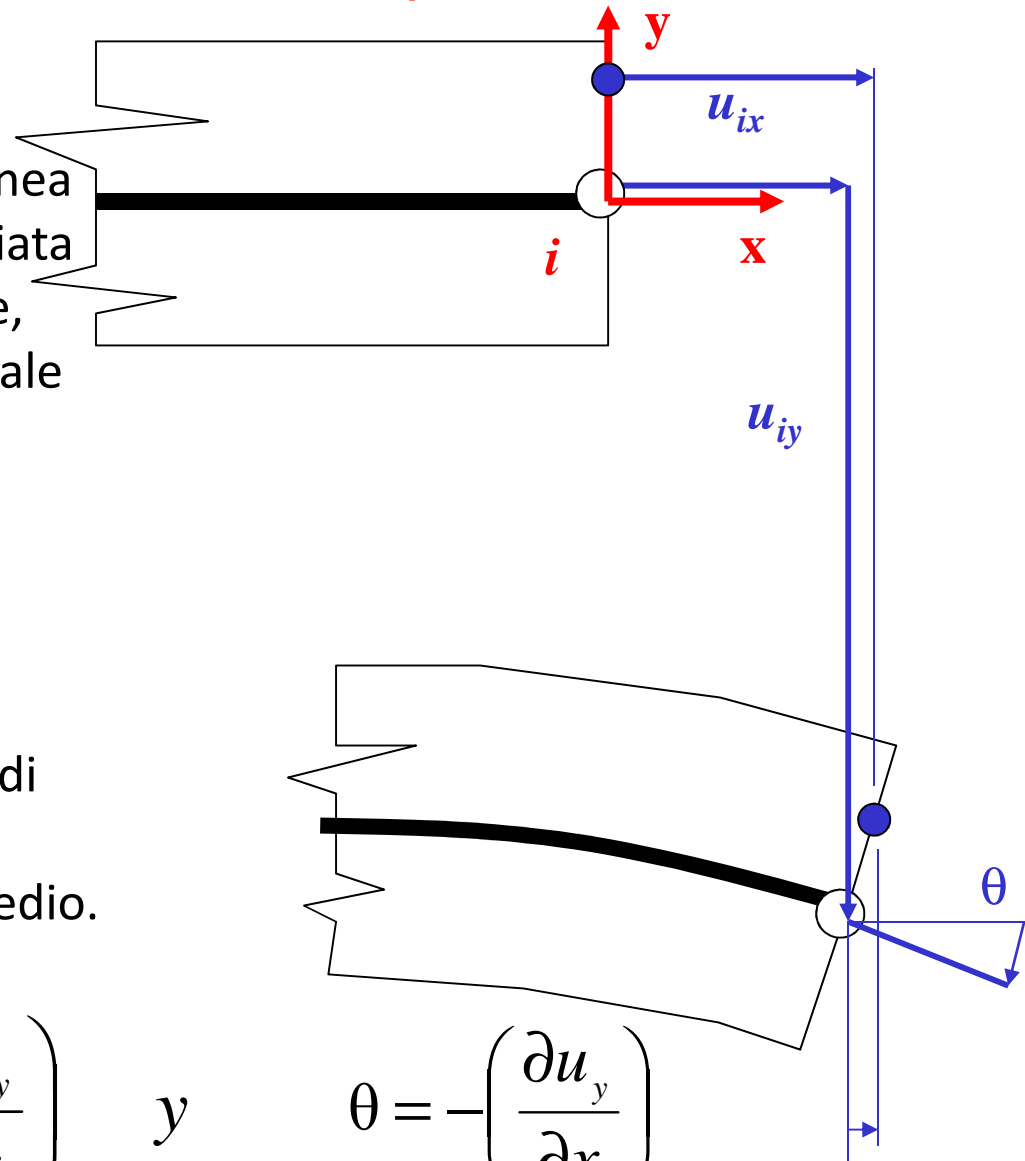
La costruzione di $[K^e]$ si basa sull'ipotesi di Kirchhoff-Love: "una linea retta normale al piano medio tracciata sul corpo prima della deformazione, risulta ancora rettilinea ed ortogonale al piano medio deformato dopo la deformazione"



Possibile ricostruire lo **spostamento** di ogni punto dello spessore in base a **spostamenti e rotazioni** del piano medio.

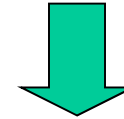
$$u_x(y) = u_{ix} + \theta y = u_{ix} - \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)_{x=x_i} y$$

$$\theta = - \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)_{x=x_i}$$



ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/5

Limiti di validità ipotesi Kirchhoff-Love:
spessore \ll altri parametri geometrici

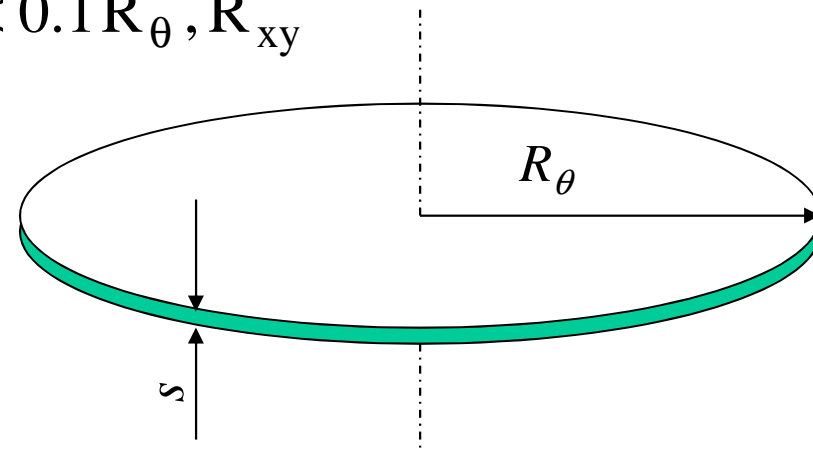
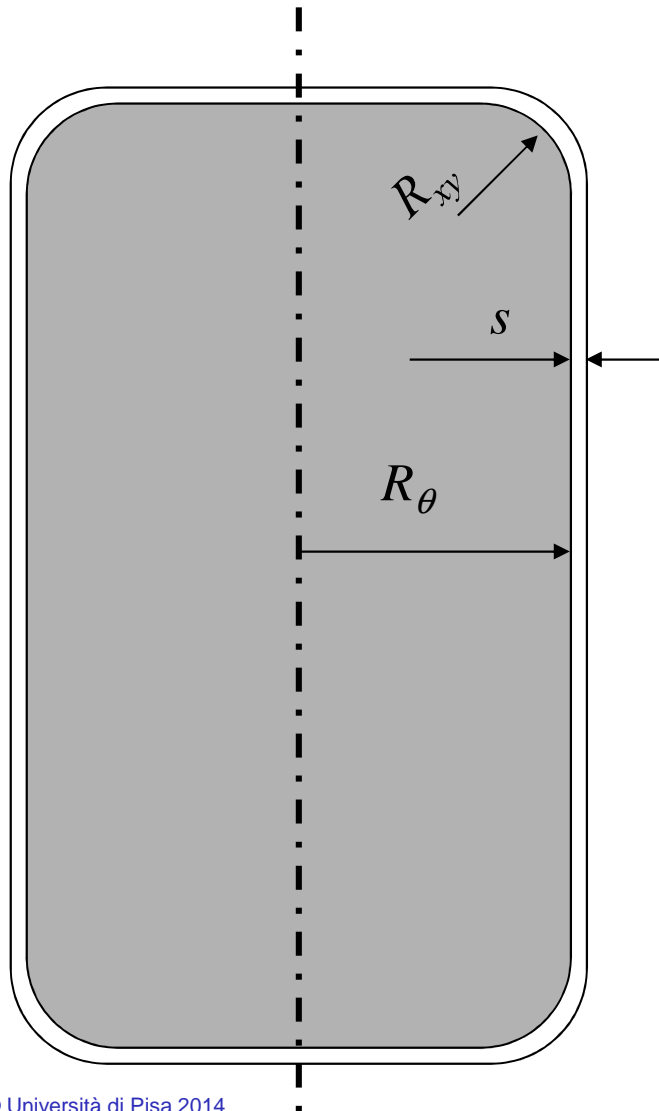


Componenti strutturali che possano essere assimilati a “gusci” o “piastre” sottili di geometria assialsimmetrica

$$s \ll R_{\theta}, R_{xy}$$

Mat. isotropi

$$s < 0.1 R_{\theta}, R_{xy}$$

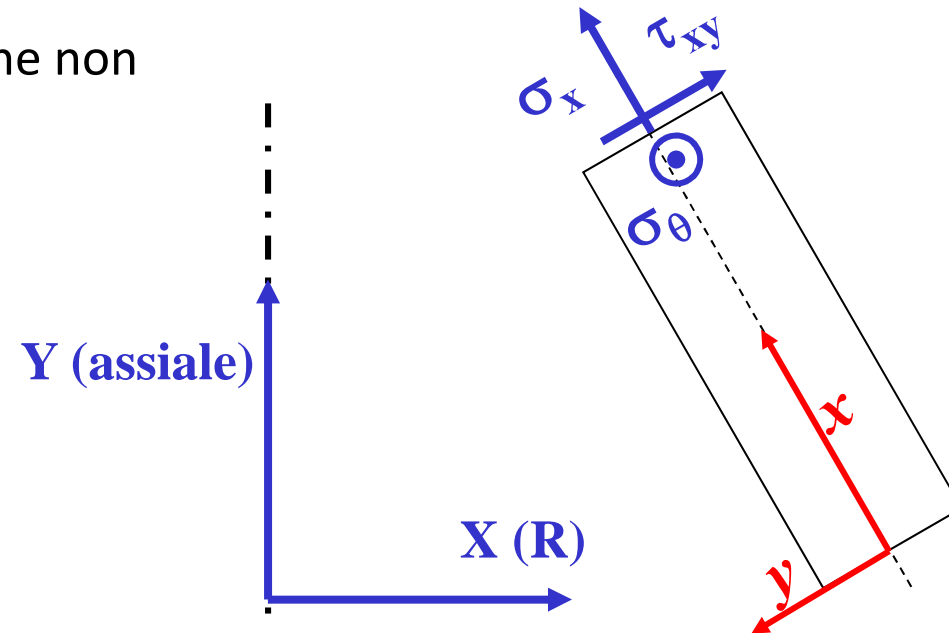


ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/6

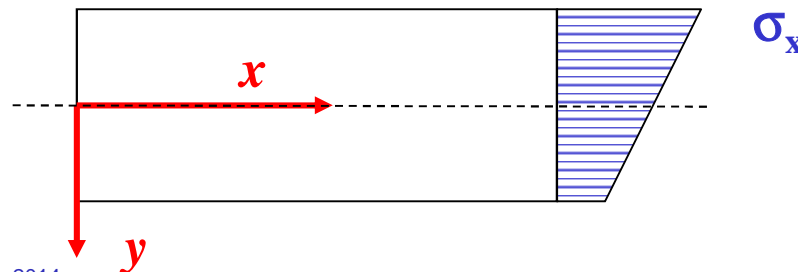
Stato di tensione/deformazione implicitamente conseguente alla scelta di elementi guscio assialsimmetrico:

- le uniche componenti di tensione non nulle sono:

$$\sigma_x \quad \sigma_\theta \quad \text{e} \quad \tau_{xy}$$

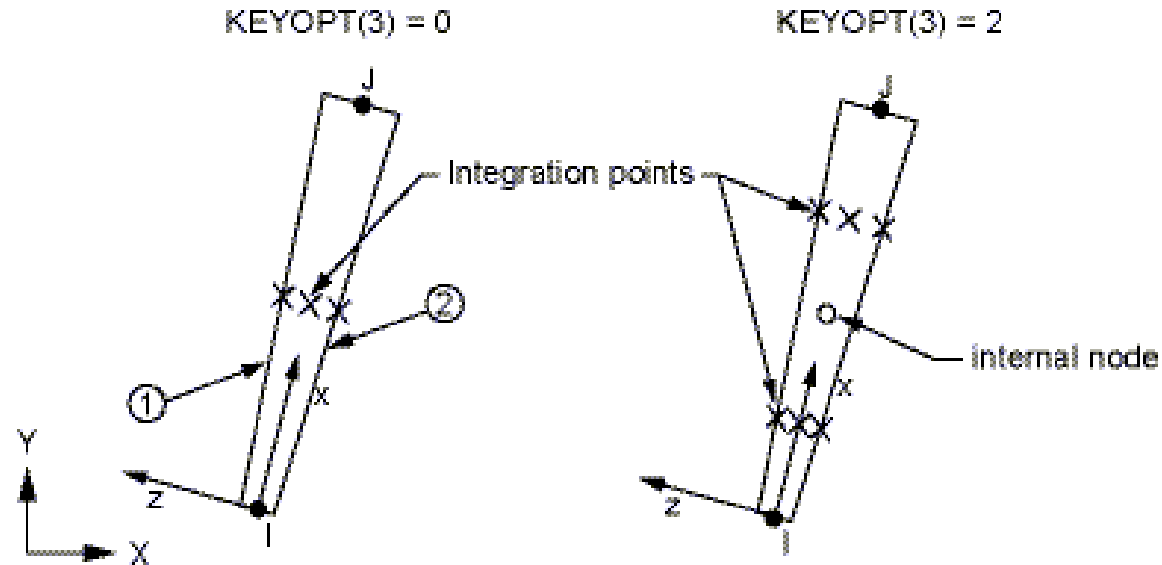


- le σ hanno un andamento lineare nello spessore (membranale + flessionale)
(media + farfalla)



ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/7

Figure 208.1: SHELL208 Geometry

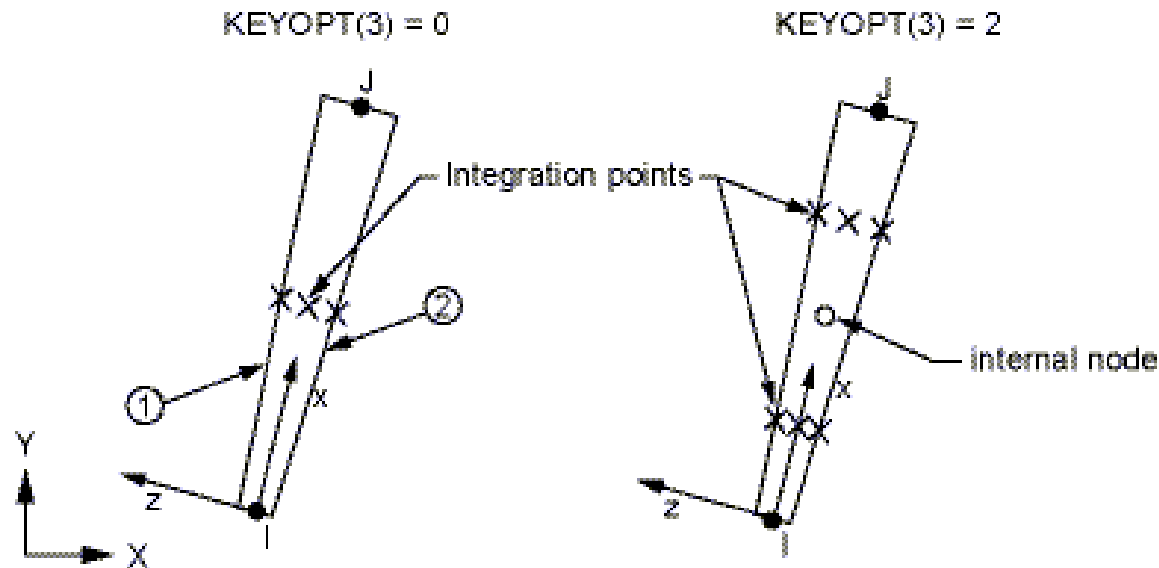


KEYOPT (1)=0	flessionale+membranale
1	solo membranale
KEYOPT (3)=0	1 punto di integrazione, funz.forma lineare
2	2 punti di integrazione, funz.forma quadratica

Lo SHELL208 sostituisce lo SHELL51 includendo (in analogia con il BEAM188) deformazione di taglio trasversale

ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/8

Figure 208.1: SHELL208 Geometry



Proprietà geometriche impostate con comandi
 SECTYPE,*numero*,SHELL
 SECDATA,*spessore*

Per materiale isotropo, la rigidezza a taglio (definibile con
 SECCONTROL) è di default $(5/6)Gh$ dove h è lo spessore del guscio

ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

OUTPUT: comando ETABLE

tensione membranale longitudinale

ETABLE,SLM,SMISC,18

tensione membranale circonferenziale

ETABLE,SCM,SMISC,19

tensione flessionale longitudinale

ETABLE,SLF,SMISC,21

tensione flessionale circonferenziale

ETABLE,SCF,SMISC,22

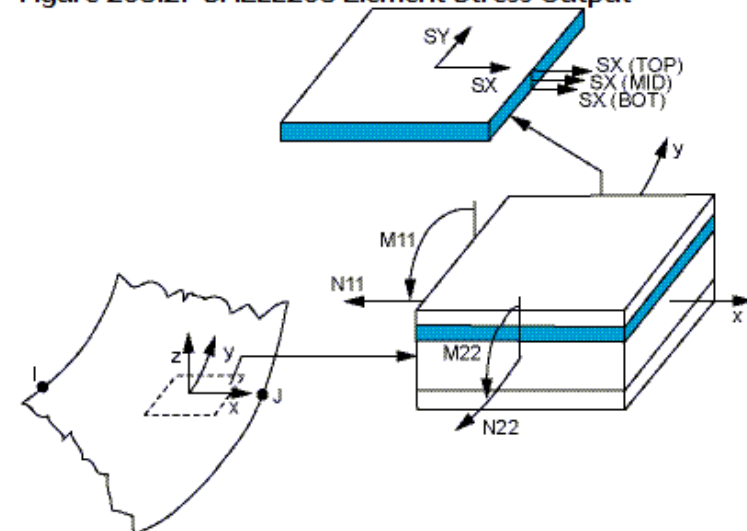
tensione tangenziale trasversale

ETABLE,STM,SMISC,29

es. PLLS,SLM,SLM

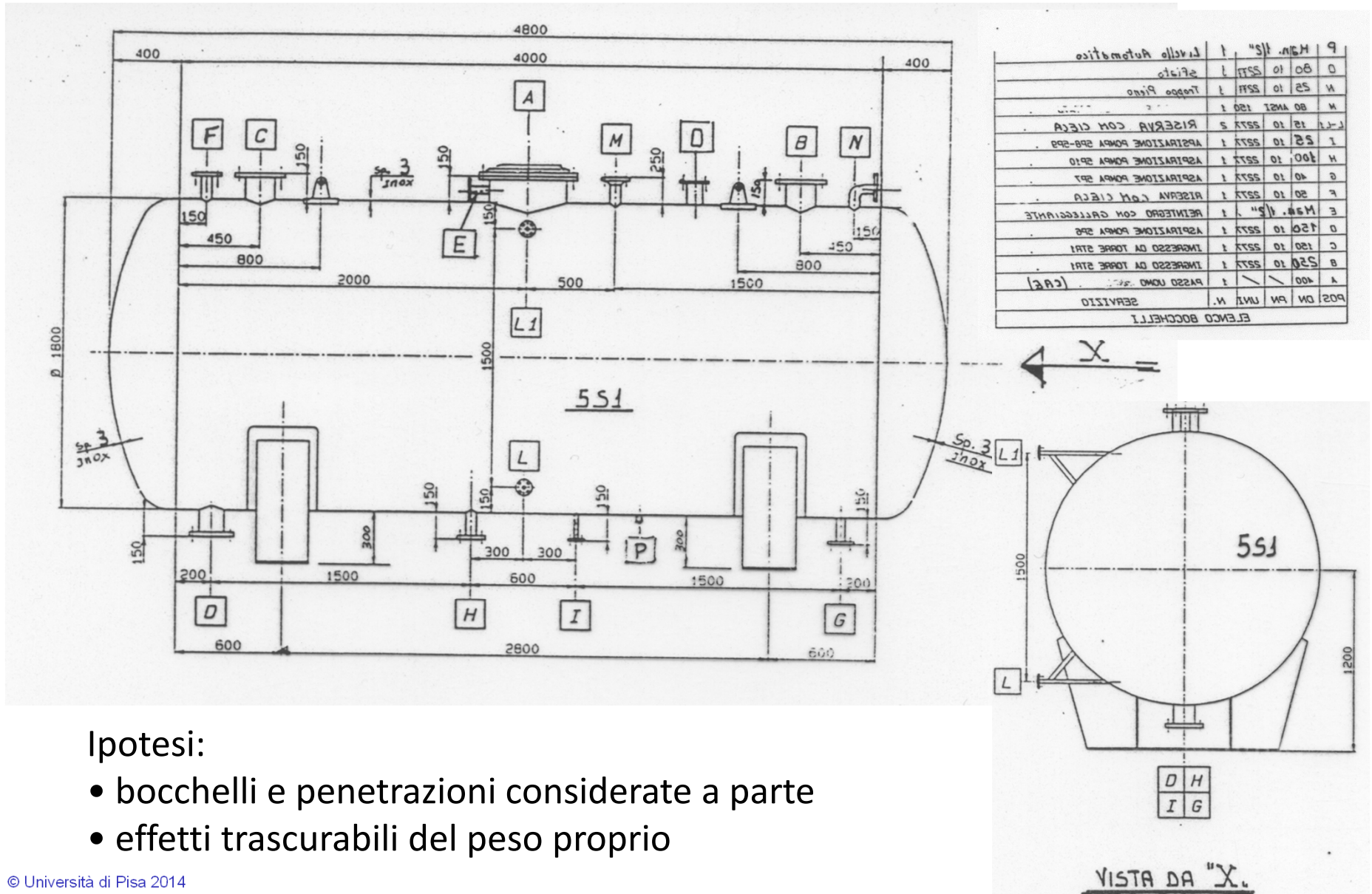
diagramma tensione membranale
longitudinale

Figure 208.2: SHELL208 Element Stress Output



ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/10

Esempio : recipiente in pressione in parete sottile



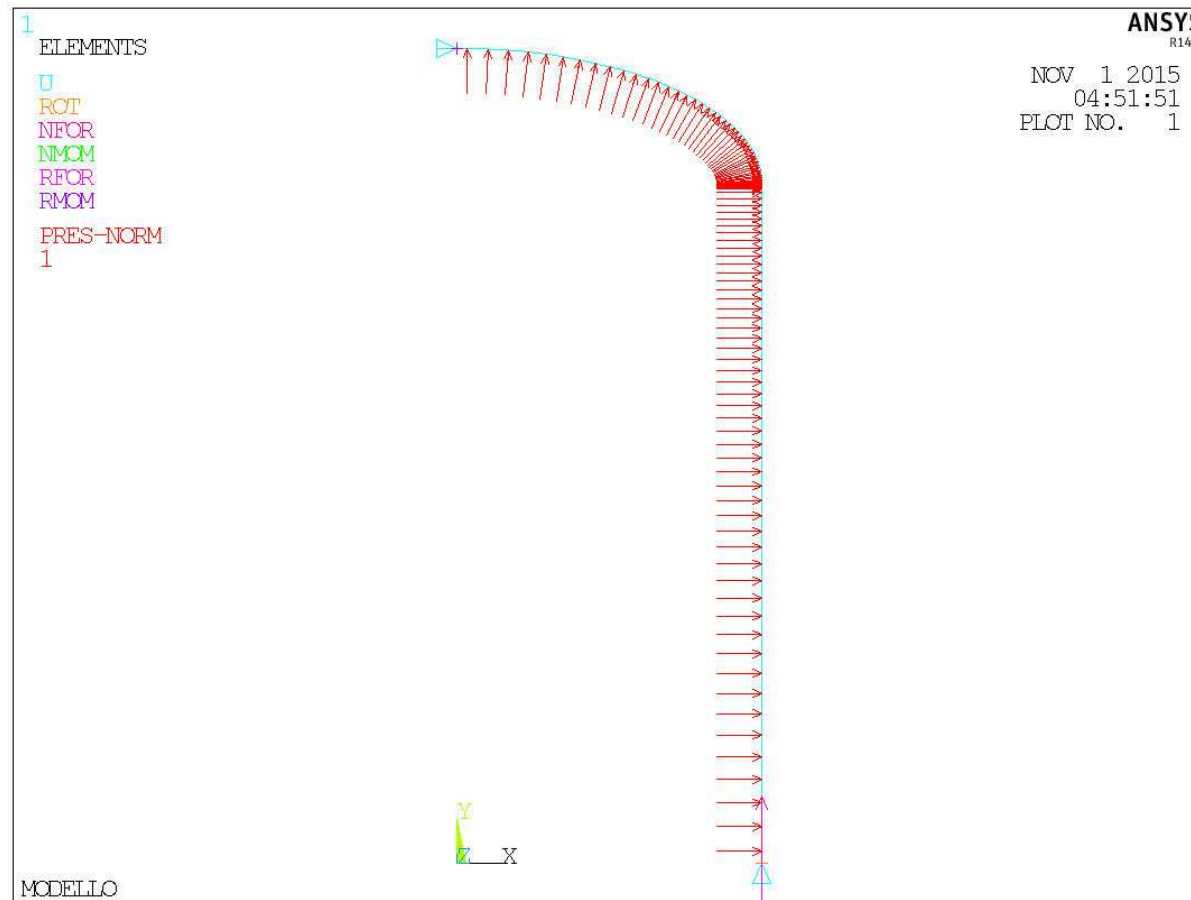
Ipotesi:

- bocchelli e penetrazioni considerate a parte
- effetti trascurabili del peso proprio

ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/11

CdL Magistrale in Ingegneria dei Veicoli

File di comandi: RECIP_PARETE_SOTTILE_Shell208

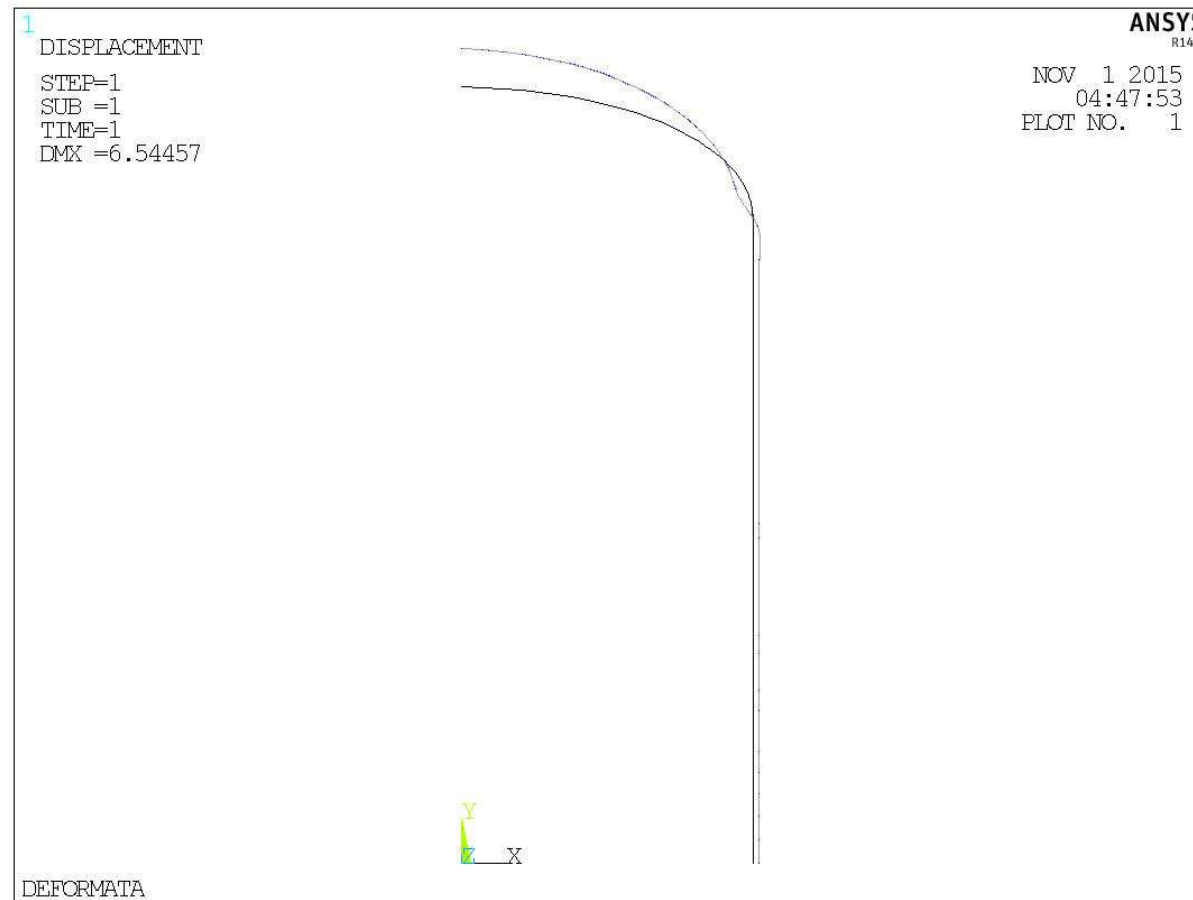




ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/12

CdL Magistrale in Ingegneria dei Veicoli

File di comandi: RECIP_PARETE_SOTTILE_Shell208

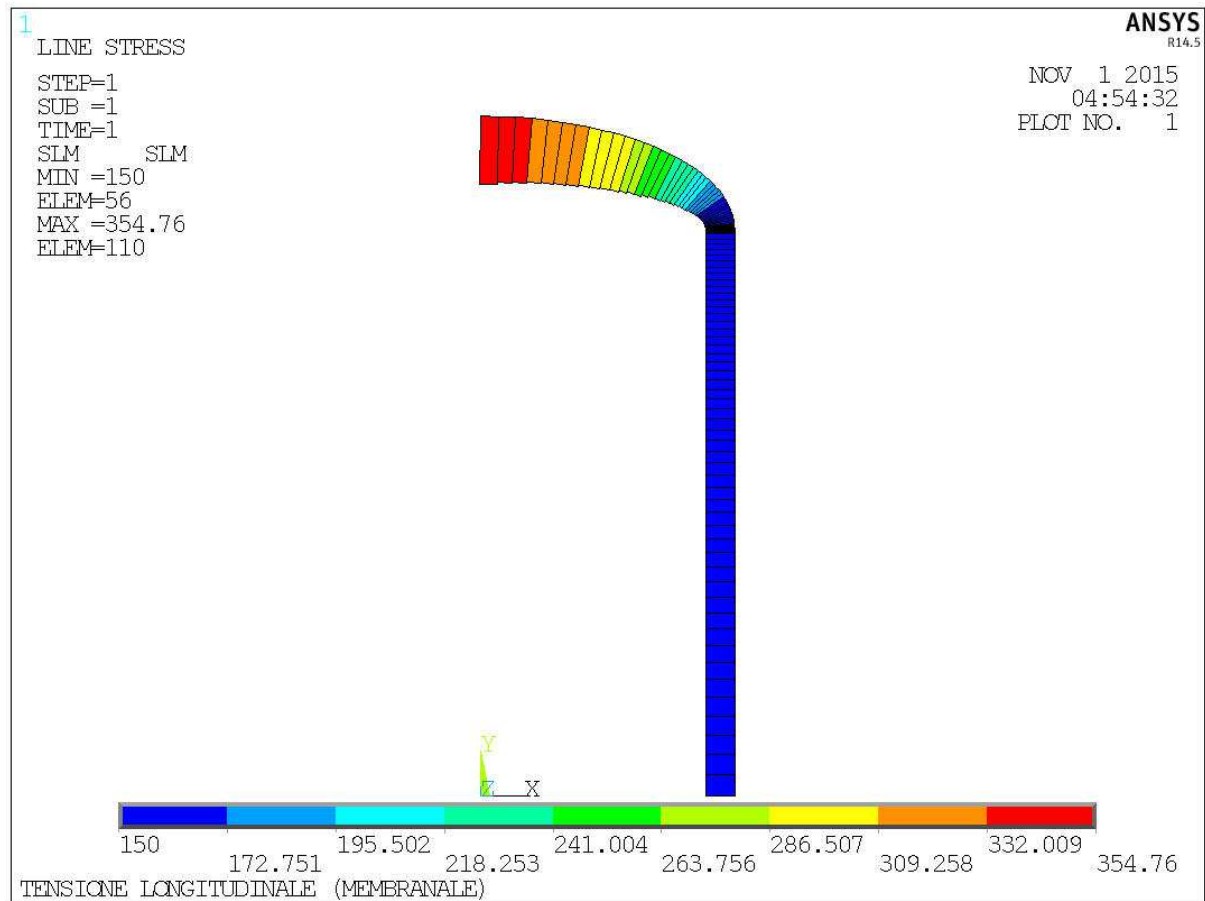




ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/13

CdL Magistrale in Ingegneria dei Veicoli

File di comandi: RECIP_PARETE_SOTTILE_Shell208

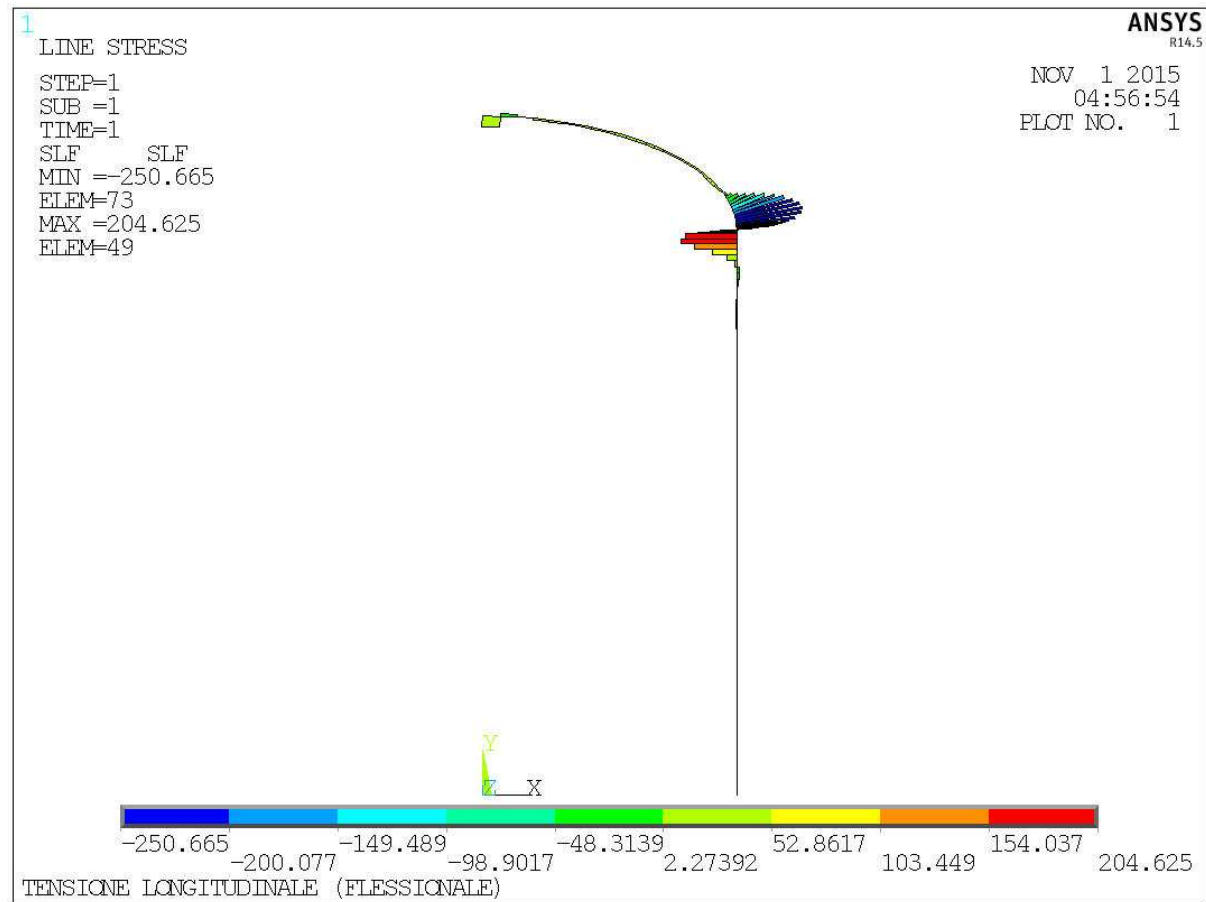




ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/14

CdL Magistrale in Ingegneria dei Veicoli

File di comandi: RECIP_PARETE_SOTTILE_Shell208

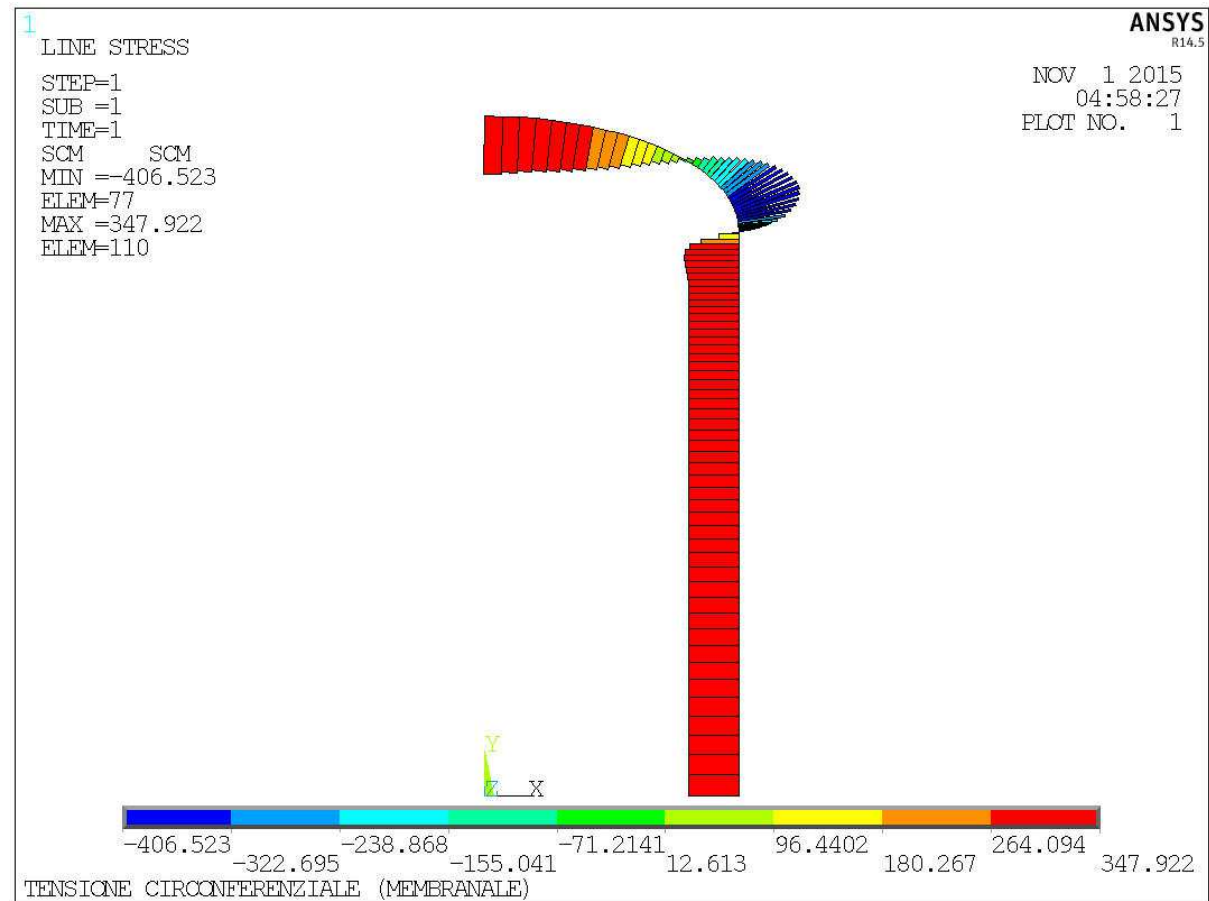




ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/15

CdL Magistrale in Ingegneria dei Veicoli

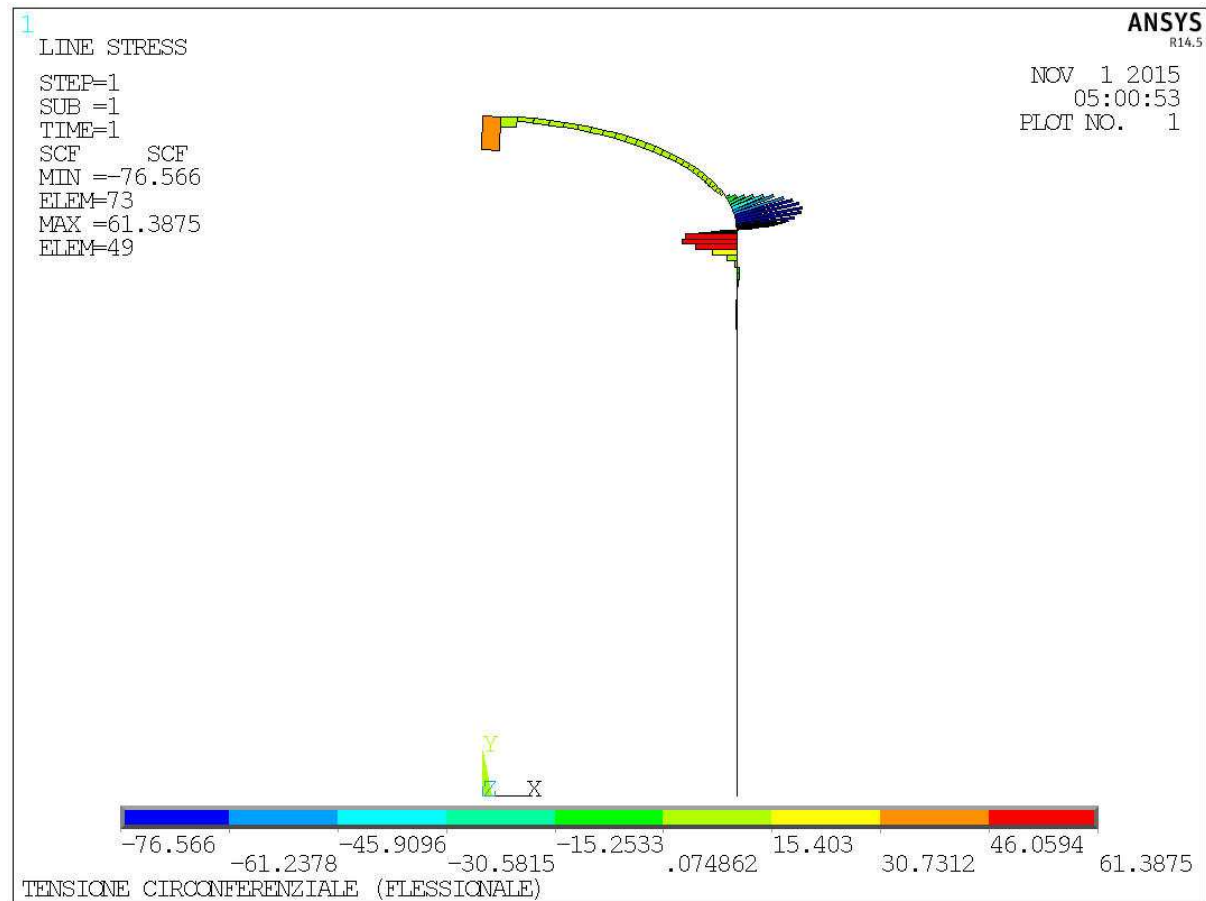
File di comandi: RECIP_PARETE_SOTTILE_Shell208



ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/16

CdL Magistrale in Ingegneria dei Veicoli

File di comandi: RECIP_PARETE_SOTTILE_Shell208

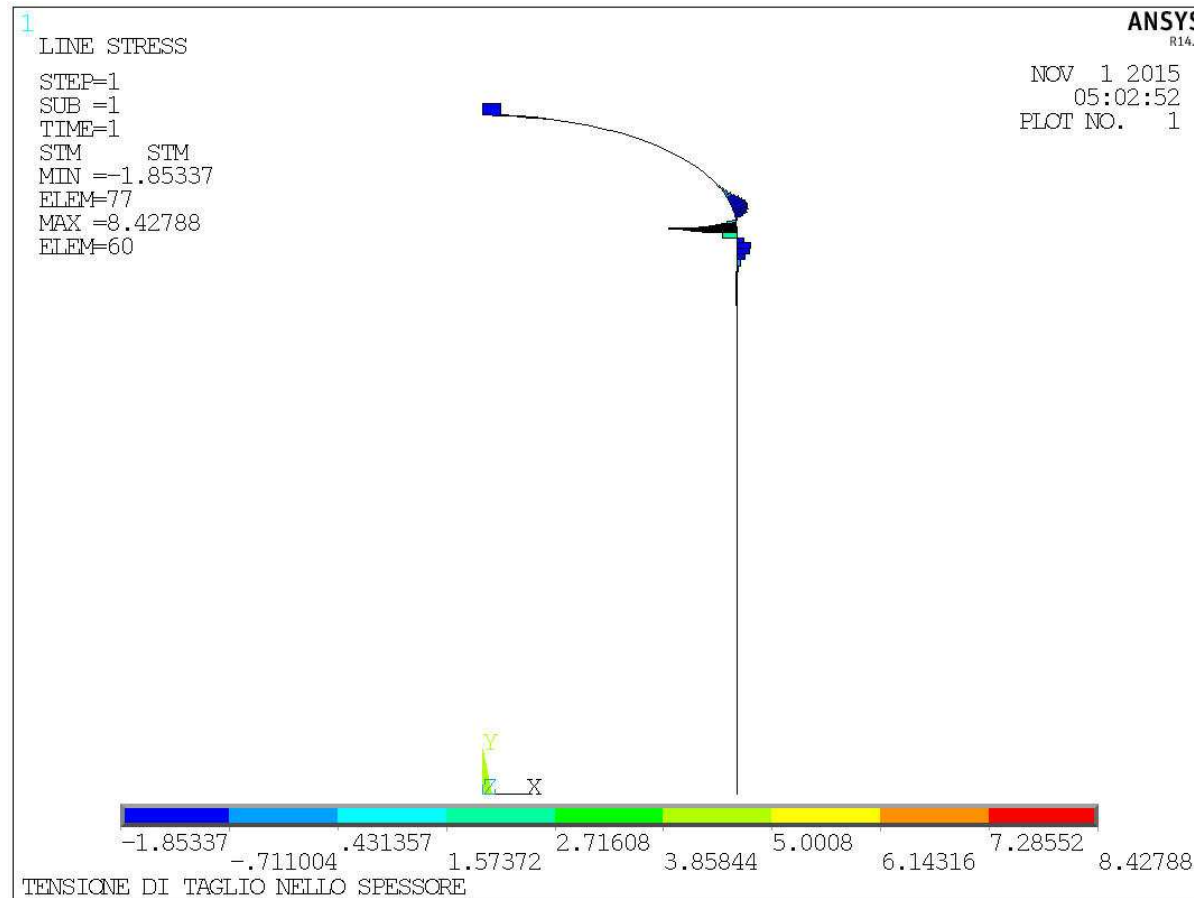




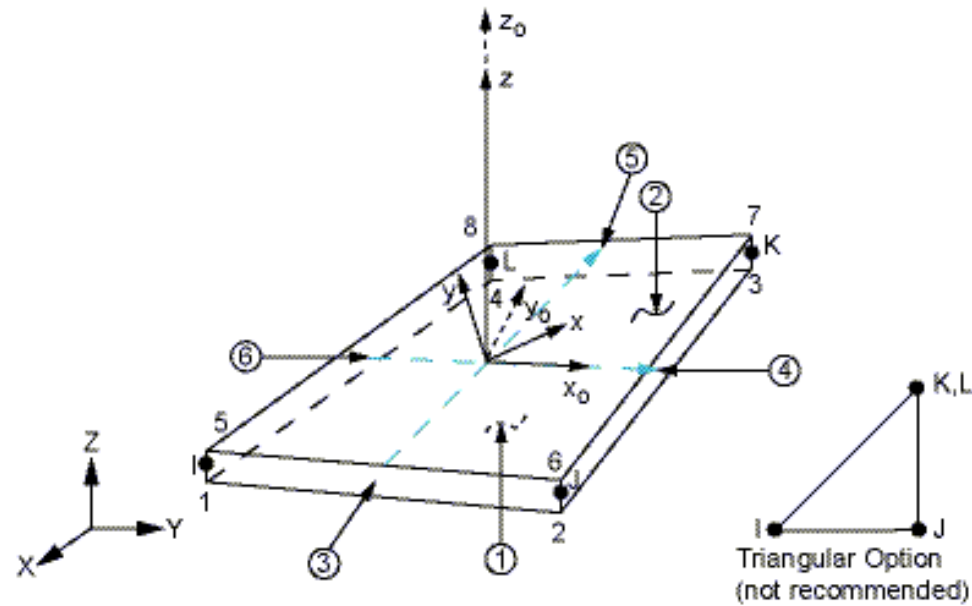
ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/17

CdL Magistrale in Ingegneria dei Veicoli

File di comandi: RECIP_PARETE_SOTTILE_Shell208



ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/1



Gusci e piastre aventi geometria qualsiasi.

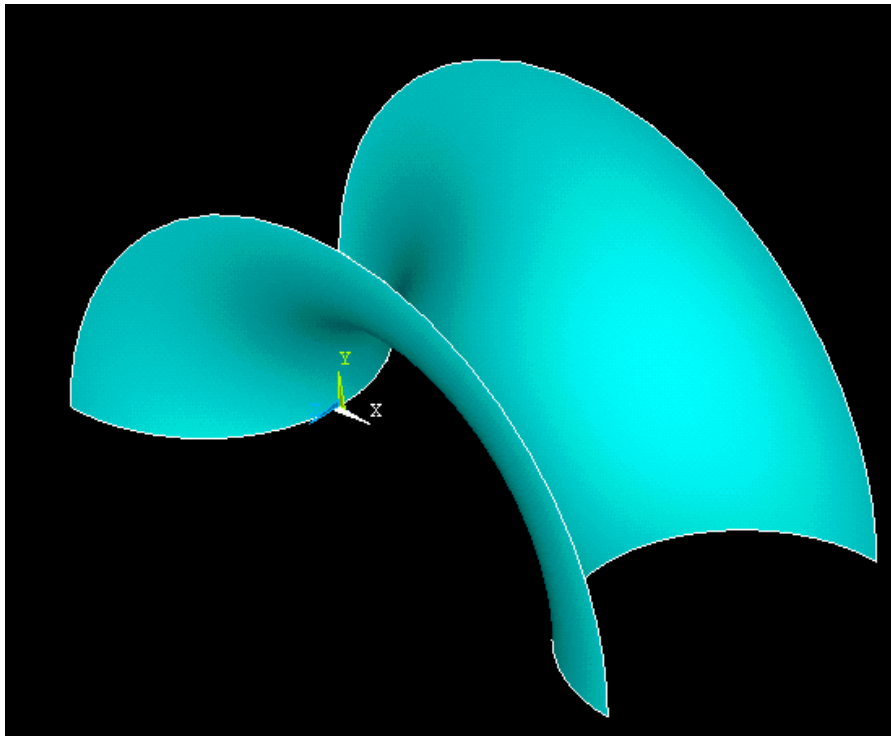
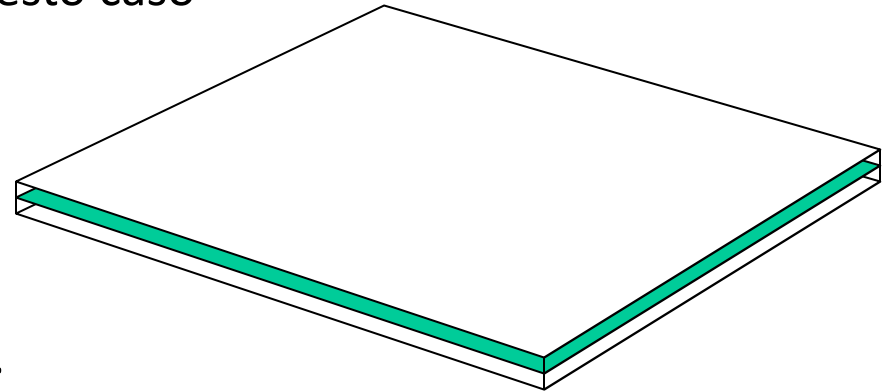
- 4 nodi
- 6 g.d.l./nodo

ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/2

La costruzione di $[K^e]$ si basa anche in questo caso sull'ipotesi di Kirchoff-Love.



Possibile ricostruire lo **spostamento** di ogni punto dello spessore in base a **spostamenti e rotazioni** del piano medio.

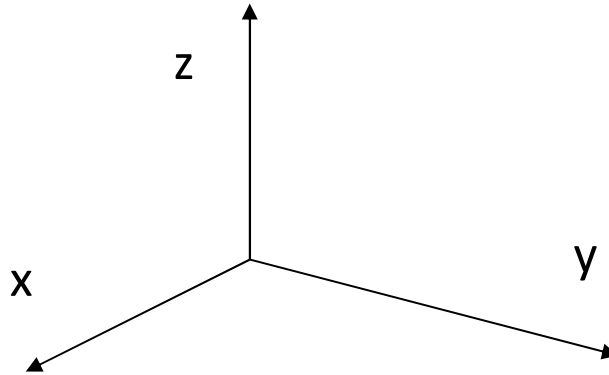


Limiti di validità ipotesi
Kirchoff-Love:
spessore \ll altri par. geometrici
(dimensioni, raggi curvatura)



Componenti strutturali che
possano essere assimilati a
“gusci” o “piastre” sottili

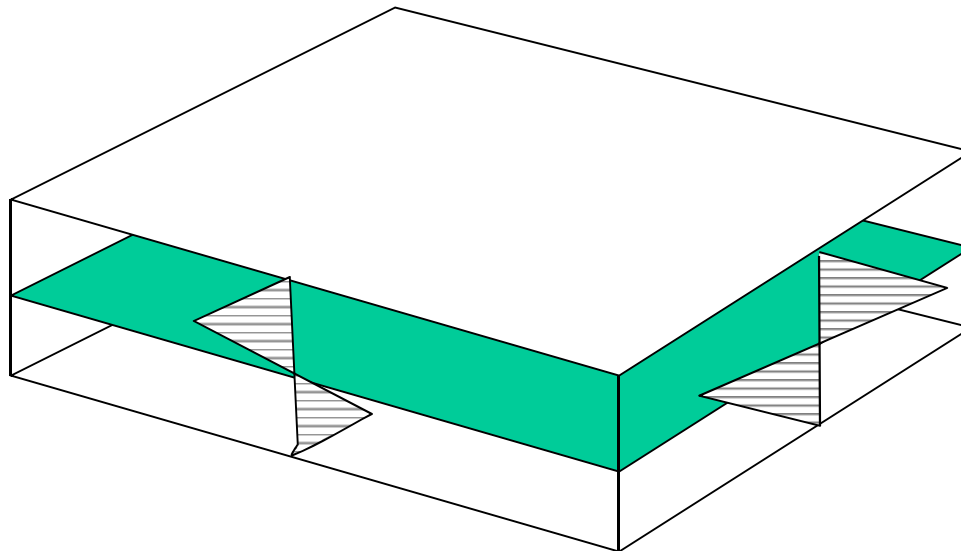
ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/3



Componenti di tensione:

$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$$

Andamento lineare nello spessore





ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/4

COMPORTAMENTO MEMBRANALE

g.d.l.: u_x, u_y, u_z

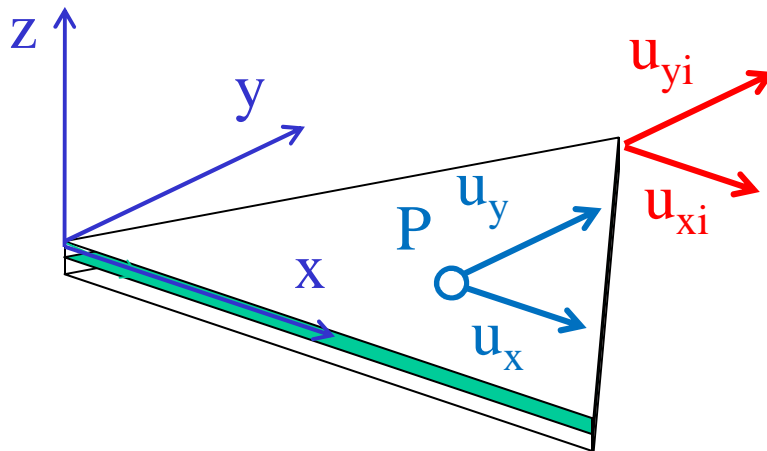
COMPORTAMENTO MEMBRANALE+FLESSIONALE

g.d.l.: $u_x, u_y, u_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$

- deformazioni di taglio trascurabili (gusci o piastre sottili)
- deformazioni di taglio non trascurabili (gusci o piastre relativamente spessi)

ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/5

F.ni di forma: spostamenti nel piano medio (membranali)



$$\{U_{xy}^e\} = \begin{Bmatrix} u_{xi} \\ u_{yi} \\ u_{xj} \\ u_{yj} \\ u_{xk} \\ u_{yk} \end{Bmatrix}$$

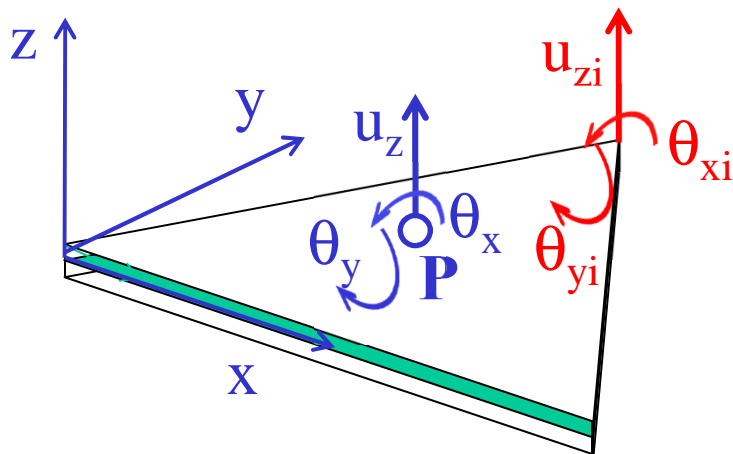
$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = [N_{xy}(x, y)] \{U_{xy}^e\}$$

$$N_{lm}^e(x, y) = A_{lm} + B_{lm} \cdot x + C_{lm} \cdot y$$

Stessa formulazione dell'elemento triangolare piano

ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/6

F.ni di forma: spostamenti fuori dal piano (flessionali)



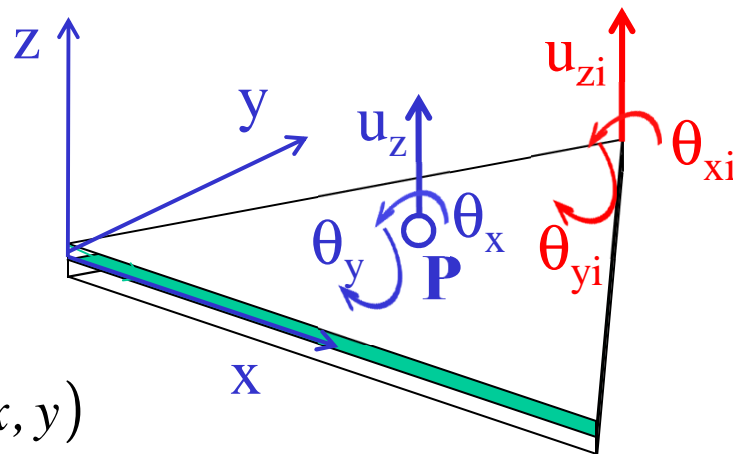
$$\begin{Bmatrix} u_z \\ \vartheta_x \\ \vartheta_y \end{Bmatrix} = [N_z(x, y)] \{U_z^e\}$$

$$\{U_z^e\} = \begin{Bmatrix} u_{zi} \\ \vartheta_{xi} \\ \vartheta_{yi} \\ u_{zj} \\ \vartheta_{xj} \\ \vartheta_{yj} \\ u_{zk} \\ \vartheta_{xk} \\ \vartheta_{yk} \end{Bmatrix}$$

Procedura simile a quella impiegata per l'elemento trave

ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/7

F.ni di forma: spostamenti fuori dal piano medio (flessionali)



$$u_z = u_z(x, y)$$

$$\vartheta_x = \frac{\partial u_z(x, y)}{\partial y}$$

$$\vartheta_y = \frac{\partial u_z(x, y)}{\partial x}$$

9 condizioni sulla funzione $u_z(x, y)$ ai nodi (3 su u_z , 6 su derivate)

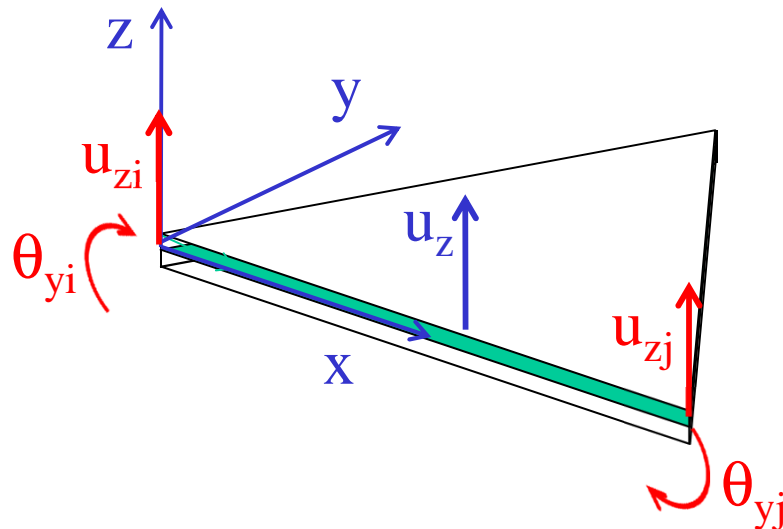
$$\{U_z^e\} = \begin{Bmatrix} u_{zi} \\ \vartheta_{xi} \\ \vartheta_{yi} \\ u_{zj} \\ \vartheta_{xj} \\ \vartheta_{yj} \\ u_{zk} \\ \vartheta_{xk} \\ \vartheta_{yk} \end{Bmatrix}$$

$$u_z = A + Bx + Cy + Dx^2 + Ey^2 + Fxy + Gx^3 + Hy^3 + I(x^2y + xy^2)$$

9 costanti da determinare: polinomio di 3° grado con termini misti

ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/8

F.ni di forma: spostamenti fuori dal piano medio (flessionali)



$$u_z = A + Bx + Cy + Dx^2 + Ey^2 + Fxy + Gx^3 + Hy^3 + I(x^2y + xy^2)$$

↓ lato "i-j"

$$(u_z)_{y=0} = A + Bx + Dx^2 + Gx^3$$

$$(\vartheta_x)_{y=0} = C + Fx + Ix^2$$

$$(\vartheta_y)_{y=0} = B + 2Dx + 3Gx^2$$

L'andamento di u_z sul lato (es. $y=0$) dipende da 4 parametri (A,B,D,G)



4 condizioni sul lato "i-j"

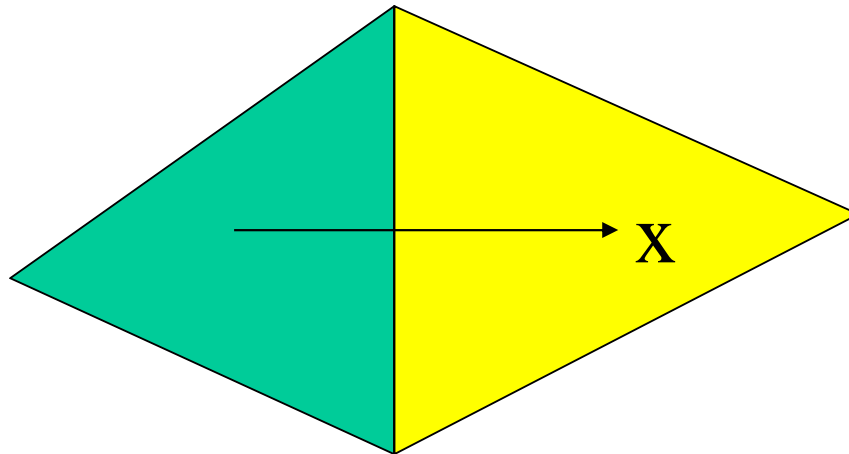


u_z univocamente determinato in base a spostamenti e rotazioni θ_y dei soli nodi "i" e "j"



Continuità C_0 garantita

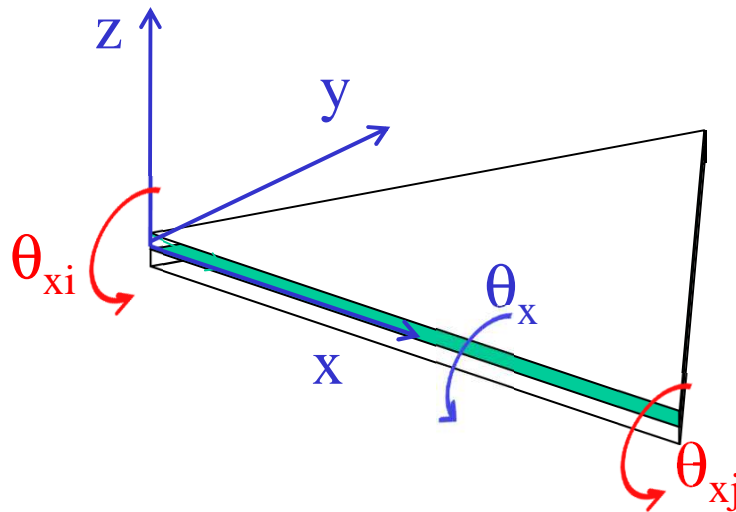
Condizione 3 per la convergenza: la f.ne di spostamento deve dare luogo a deformazioni limitate all'interfaccia tra elementi diversi.



Se le ε implicano la derivata *n-sima* della f.ne di spostamento, quest'ultima deve essere continua all'interfaccia con Classe di continuità C_{n-1}

ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/9

F.ni di forma: spostamenti ortogonali al piano medio (flessionali)



$$\{\varepsilon\}_{\infty} \left\{ \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial y} \right\}$$



Richiesta continuità C_1 per u_z cioè
continuità C_0 per θ_x (e θ_y)

L'andamento di θ_x lungo il lato dipende da
3 parametri (C, F, I) ma si dispone di 2
sole condizioni sul lato "i-j", quindi non
dipende dai soli spostamenti dei nodi di
estremità



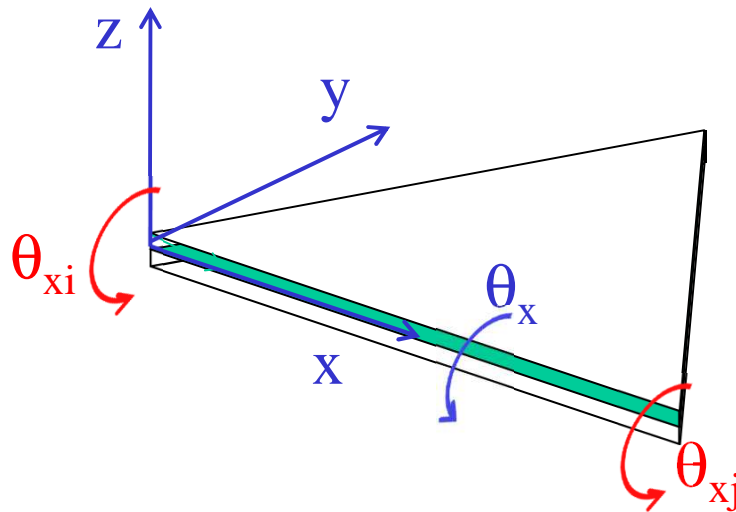
Continuità C_1 non garantita per u_z
(elemento "non conforme")

$$\vartheta_x = C + 2Ey + Fx + 3Hy^2 + Ix^2 + 2Ixy$$

$$(\vartheta_x)_{y=0} = C + Fx + Ix^2$$

ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/10

F.ni di forma: spostamenti ortogonali al piano medio (flessionali)



La continuità C_1 per u_z risulta garantita “al limite” (quando le dimensioni dell’elemento tendono a zero)

$$(\vartheta_x)_{y=0} = C + Fx + Ix^2 \rightarrow \approx C + Fx$$

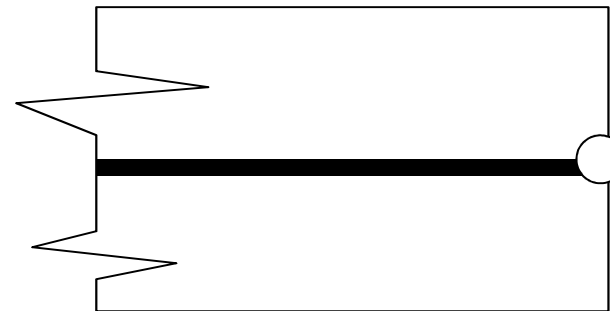
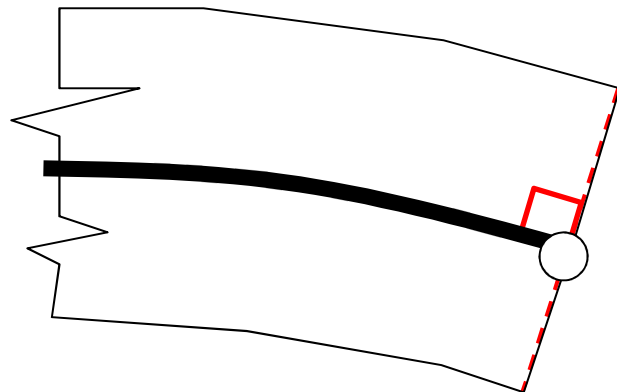
Se l’elemento è molto piccolo, la variazione di θ_x risulta ben rappresentata dal solo termine lineare, per cui le due condizioni disponibili divengono sufficienti per una determinazione univoca

ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/11

Elementi “shell” con valutazione approssimata della “shear deflection”

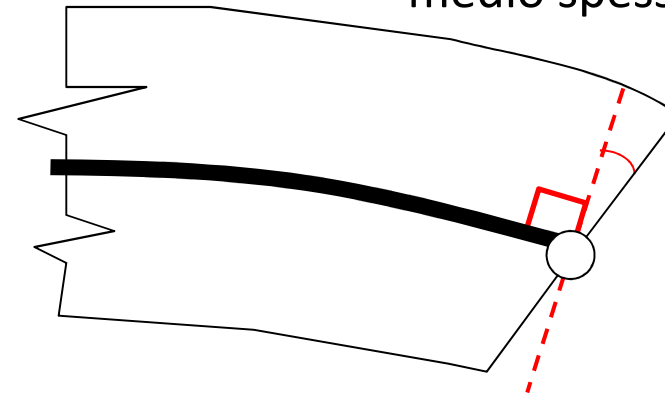
Si tratta di elementi nei quali viene parzialmente rilasciata l’ipotesi di Kirchoff-Love, allo scopo di tener conto in maniera approssimata della deformabilità a taglio.

Ipotesi di Kirchoff
(Gusci sottili)



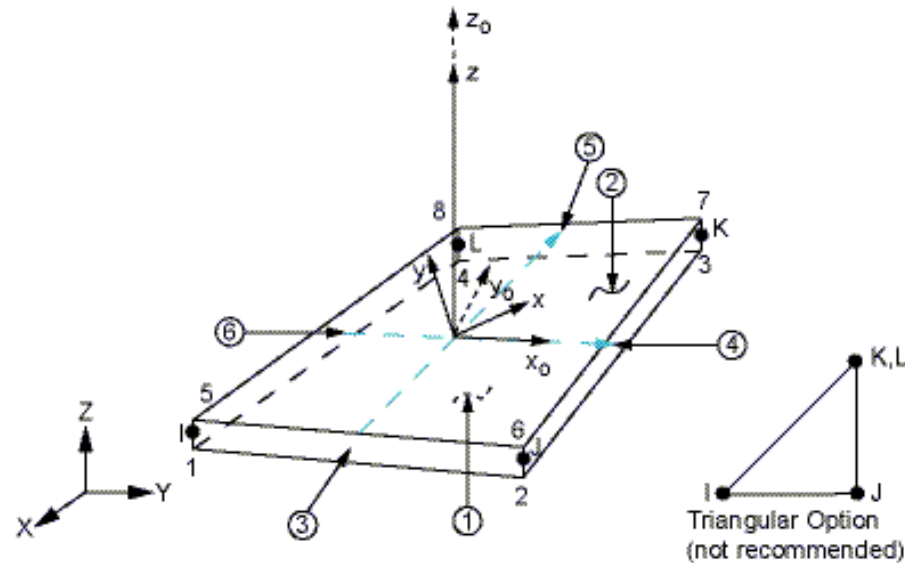
Struttura non
deformata

“Shear flexible”
elements (Gusci
medio spessore)



ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/12

Figure 181.1: SHELL181 Geometry



x_0 = Element x-axis if ESYS is not provided.

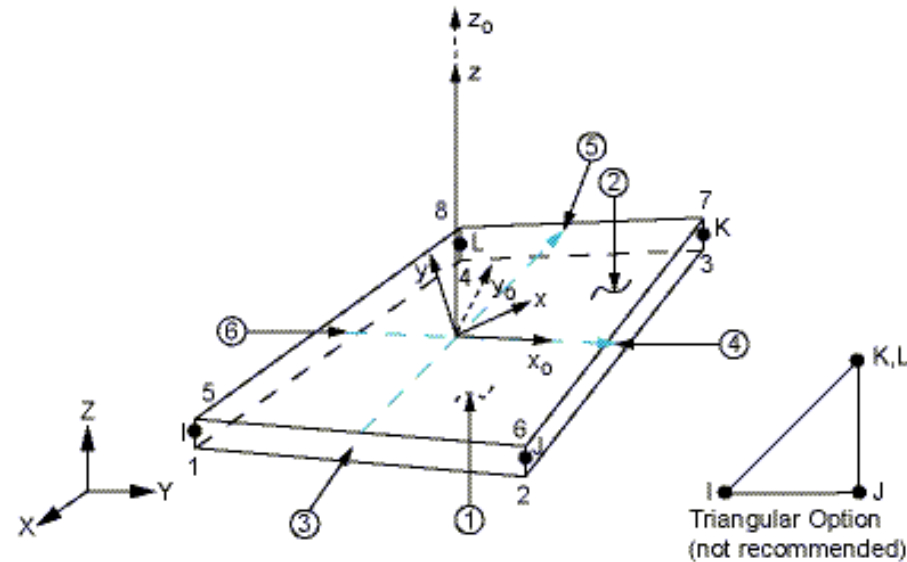
x = Element x-axis if ESYS is provided.

- KEYOPT (1)=0 flessionale+membranale
- 1 solo membranale
- KEYOPT (3)=2 consigliata per mesh rade e flessione nel piano (es. trave in parete sottile modellata con elementi shell)

Lo SHELL181 sostituisce lo SHELL63 includendo (in analogia con il BEAM188) deformazione di taglio trasversale.

ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/13

Figure 181.1: SHELL181 Geometry



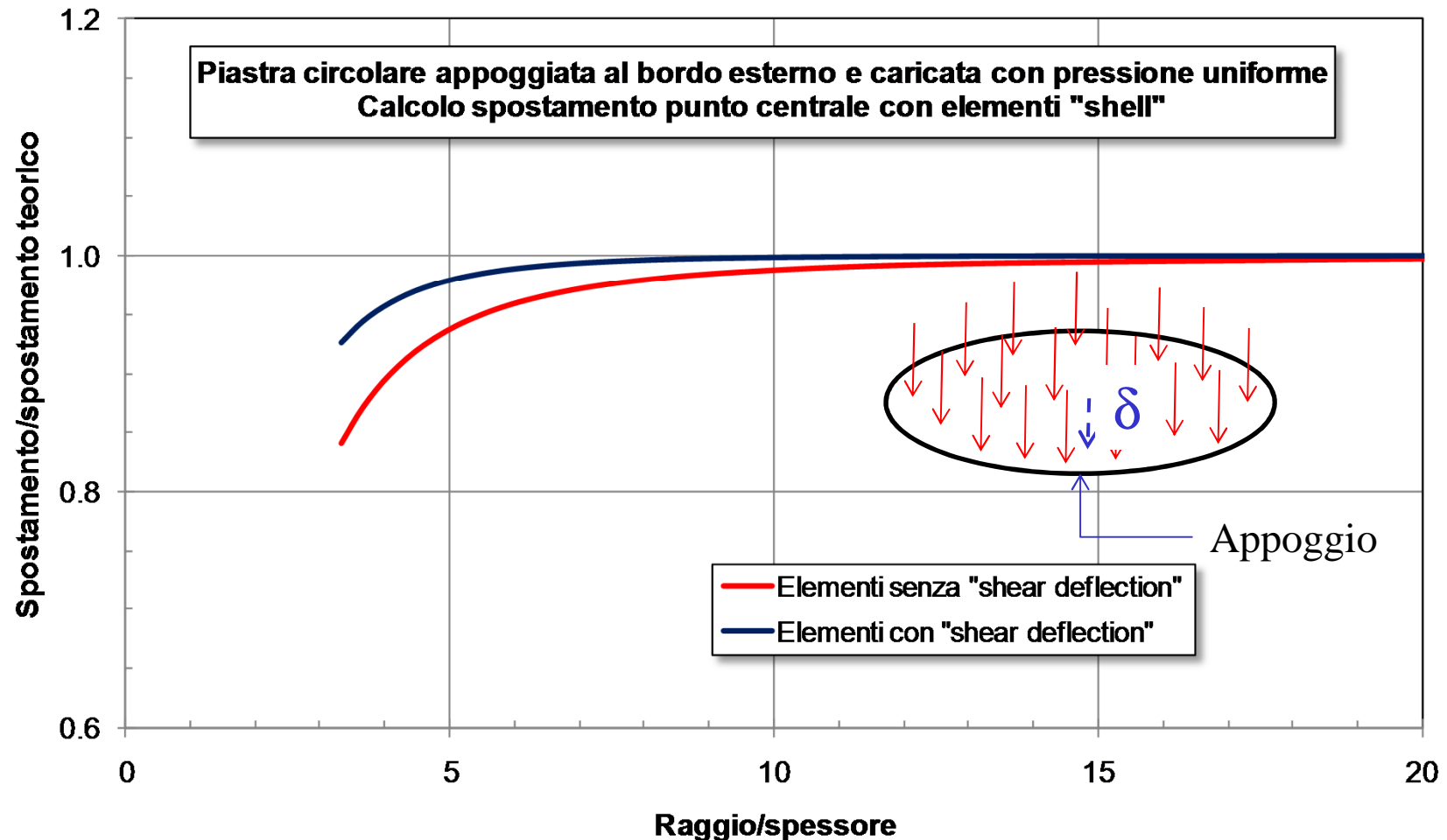
Proprietà geometriche impostate con comandi
 SECTYPE,*numero*,SHELL
 SECDATA,*spessore*

Per materiale isotropo, la rigidezza a taglio (definibile con SECCONTROL) è

di default
$$E = \begin{bmatrix} (5/6)Gh & 0 \\ 0 & (5/6)Gh \end{bmatrix}$$

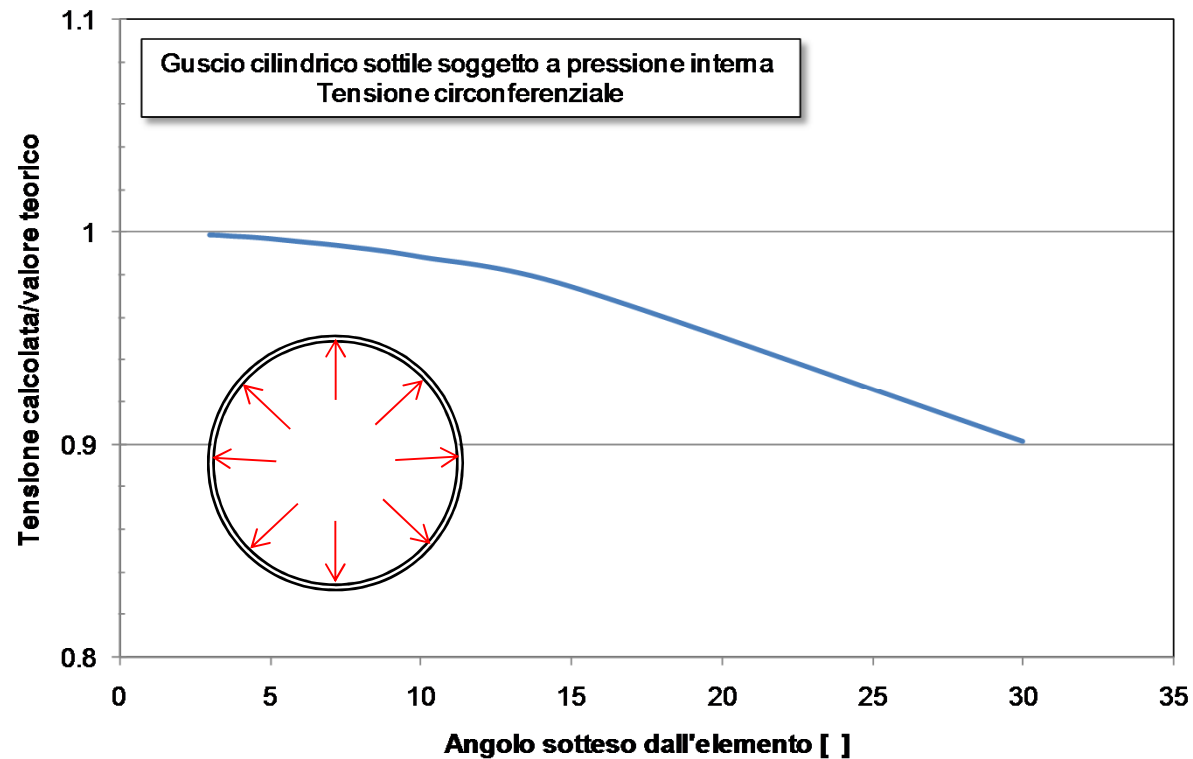
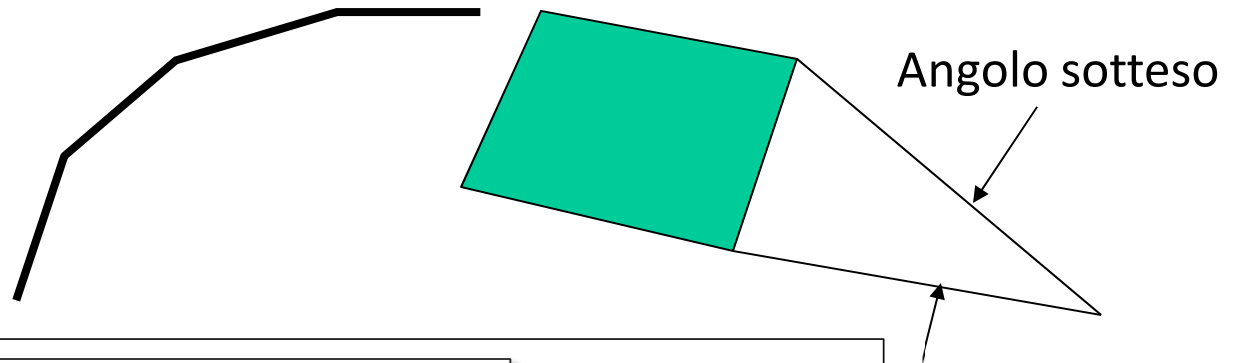
ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/14

Elementi “shell” con valutazione approssimata della “shear deflection” (Materiale metallico isotropo)



ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/15

Rappresentazione di un guscio curvo con elementi piani



ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/16

OUTPUT: comando SHELL

SHELL,*loc*

loc=TOP,MID,BOT

PLNSOL,S,*comp*

OUTPUT: comando ETABLE

tensione membranale direzione x(y)

ETABLE,SM11(22),SMISC,34(35)

tensione flessionale direzione x(y)

ETABLE,SB11(22),SMISC,37(38)

tensione massima bottom x(y)

ETABLE,SPB11(22),SMISC,40(41)

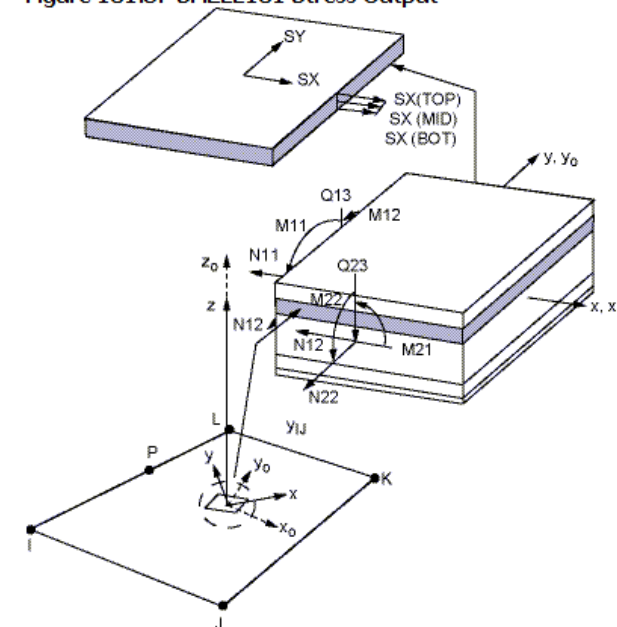
tensione massima top x(y)

ETABLE,SPT11(22),SMISC,43(44)

tensioni tangenziali trasversali

ETABLE,ST13(23),SMISC,46(47)

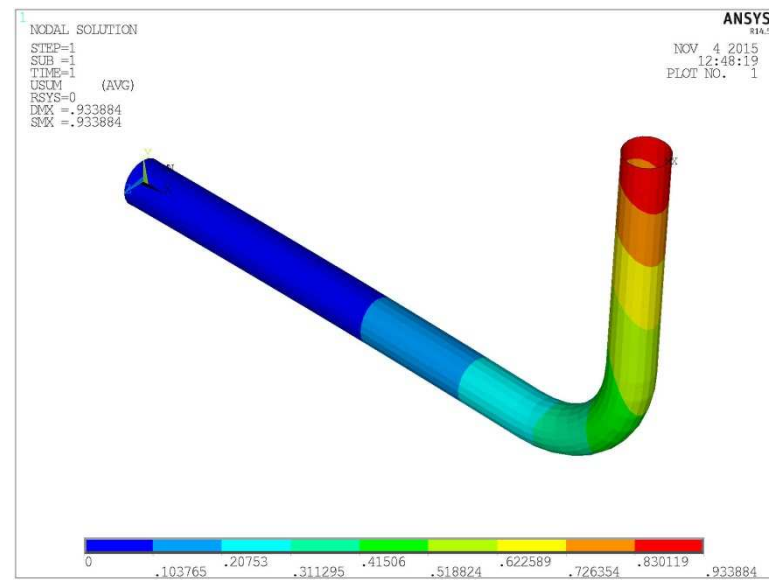
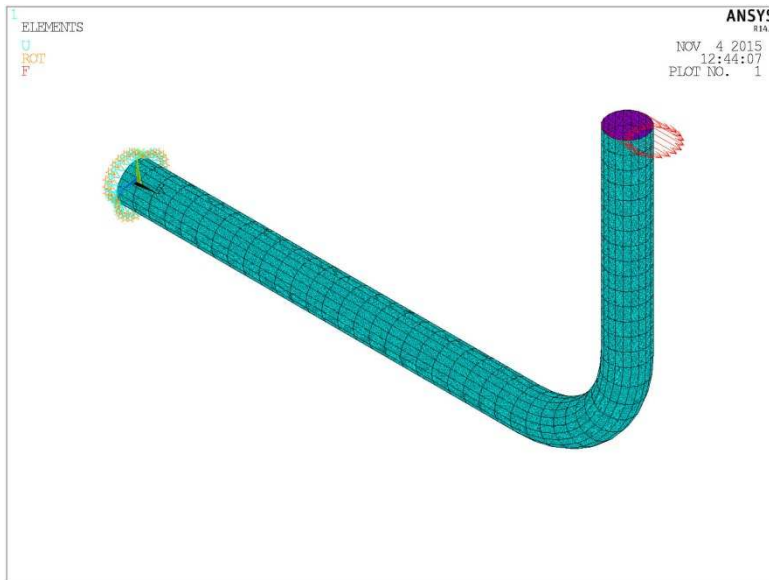
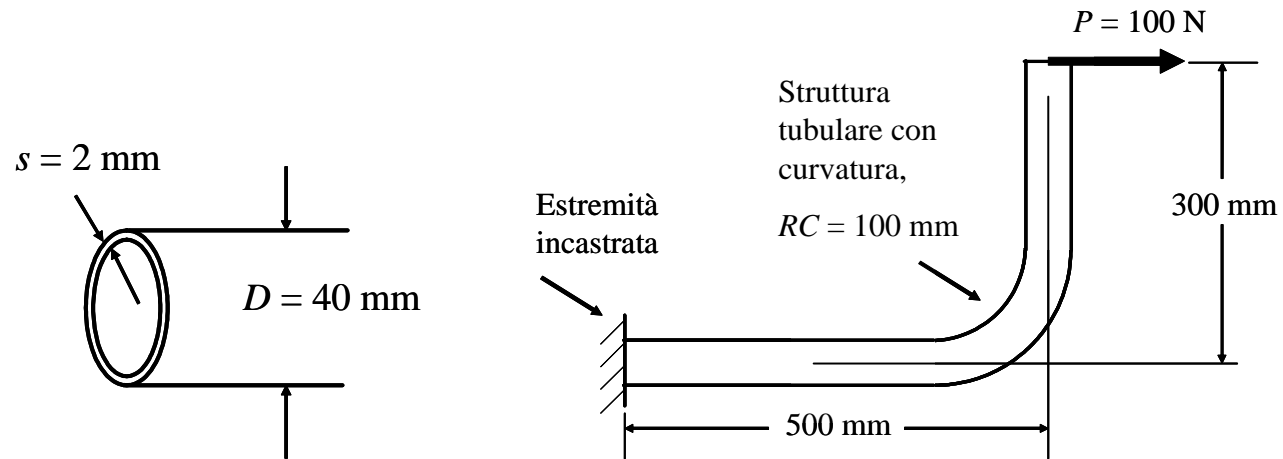
Figure 181.3: SHELL181 Stress Output



m=membrane
b=bending
pb=peak bottom
pt=peak top

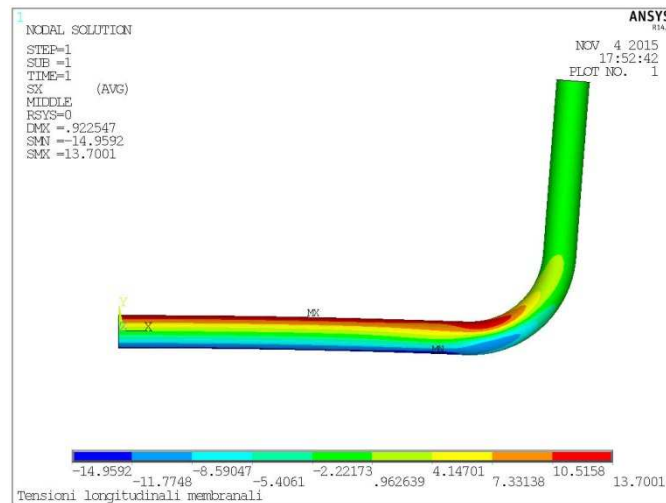
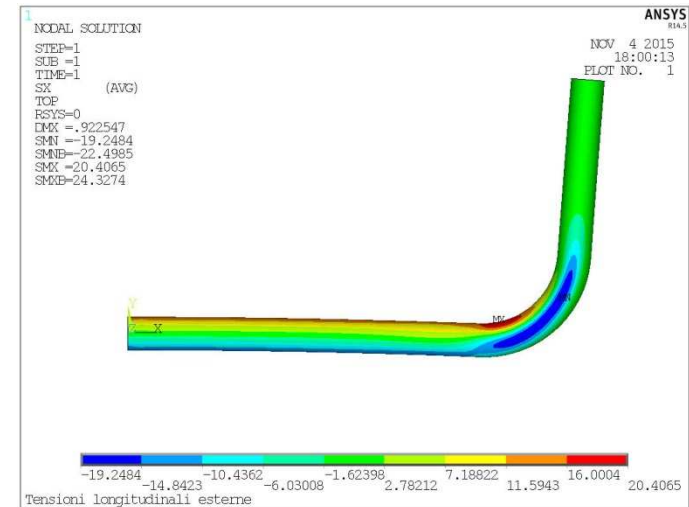
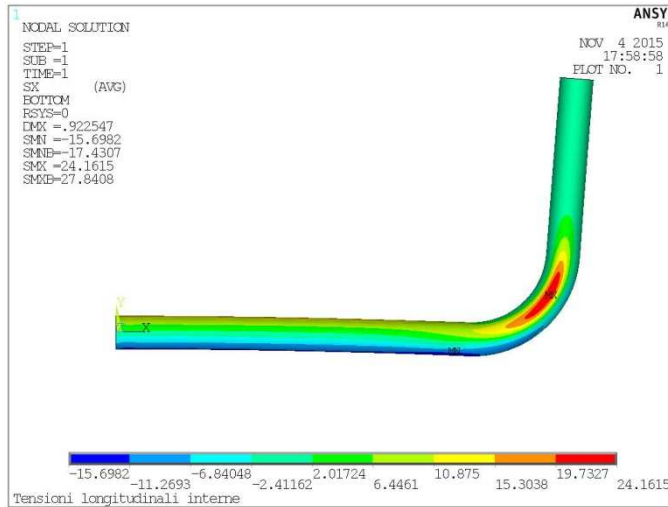
ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/17

File di comandi: TUBO_INFLESSO_shell181



ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/18

Esempio: tubo curvo inflesso modellato con elementi shell



cf.el.pipe/elbow

ELEMENTI ASSIALSIMMETRICI CON CARICHI NON ASSIALSIMMETRICI

Problemi assialsimmetrici dovrebbero essere modellati con elementi assialsimmetrici per ridurre i tempi di calcolo rispetto ai modelli 3D

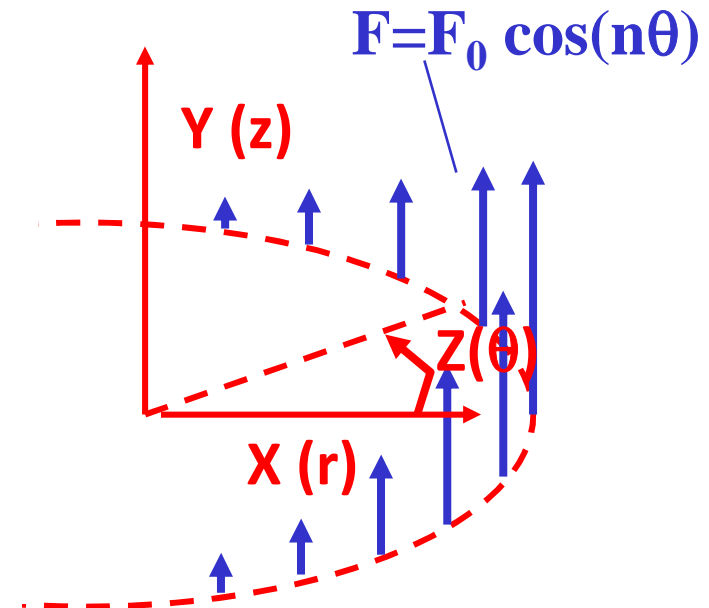
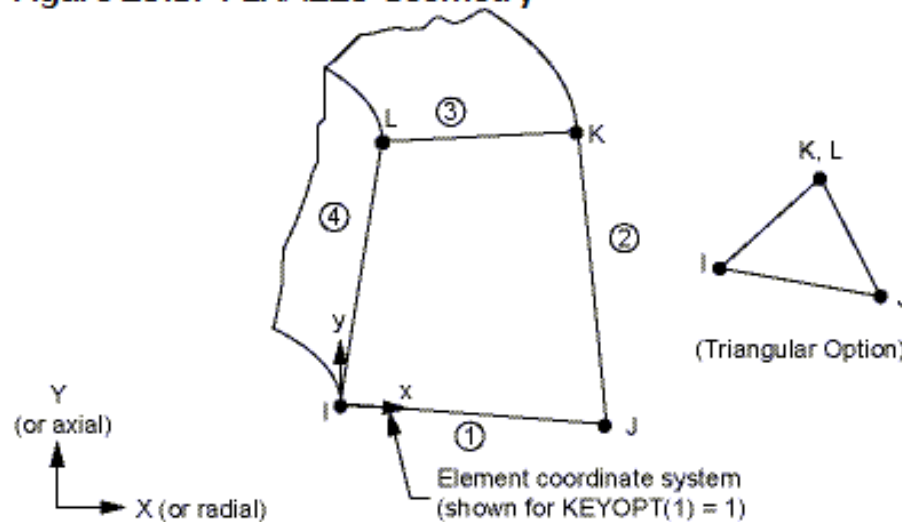
Ma se il carico non è assialsimmetrico?

- Elementi assialsimmetrici armonici– limitati ad analisi lineari e carichi sinusoidali (PLANE25, SHELL61, PLANE75, PLANE78, e PLANE83)
- Elementi assialsimmetrici generali– qualsiasi materiale/carico (SOLID272, SOLID273, e SURF159)

ELEMENTI ARMONICI (O DI FOURIER) /1

X,Y,Z coordinate ANSYS

Figure 25.1: PLANE25 Geometry



Corpi aventi geometria assialsimmetrica, soggetti a carichi variabili con la coordinata angolare secondo una f.ne armonica

- 4 (3) nodi
- 3 g.d.l/nodo (u_x , u_y e u_z)
- operano **ESCLUSIVAMENTE** nell'ambito di analisi lineari

ELEMENTI ARMONICI /2

In presenza di carichi esterni del tipo:

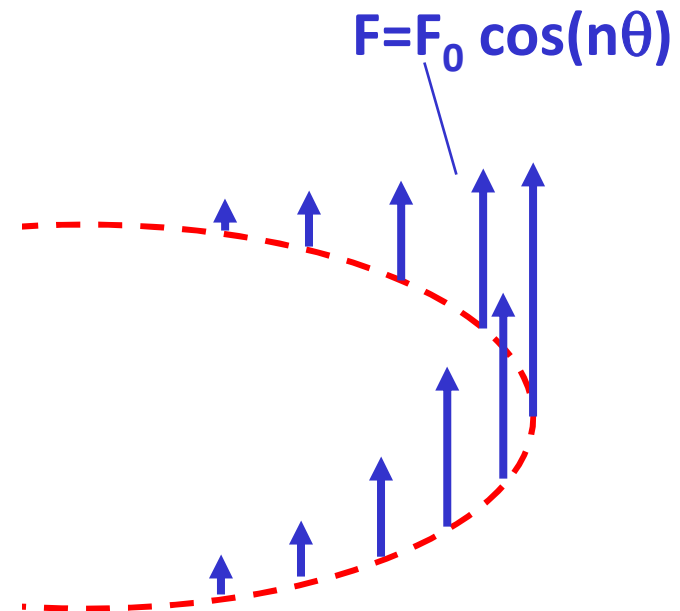
$$\{P\} \cos(n\theta) \quad (\text{o } \{P\} \sin(n\theta))$$

lo stato di spostamento, tensione e deformazione mostra una simile dipendenza da θ :

$$\{U\} \cos(n\theta) \quad (\text{o } \{U\} \sin(n\theta))$$



Possibile studiare il problema su di un piano ed estrapolare la soluzione agli altri valori di θ



ELEMENTI ARMONICI /3

Tutte le 6 componenti di deformazione possono essere $\neq 0$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{zy} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ \frac{1}{x} & \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix}$$

NB: elementi plane strain $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy} \neq 0$, plane stress $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy} \neq 0$, plane assialsimmetrici $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_\theta, \gamma_{xy} \neq 0$

ELEMENTI ARMONICI /4

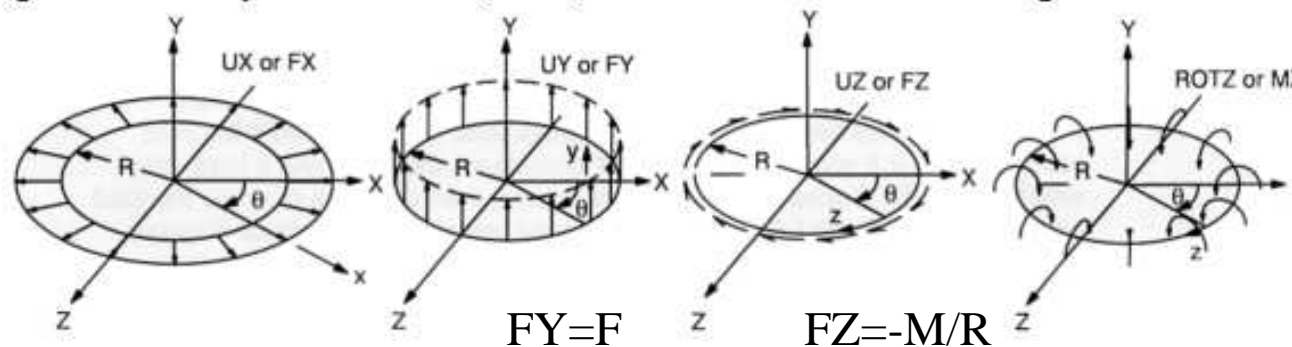
Mode Number Numero di onde armoniche lungo la circonferenza (MODE)

Loading Condition Condizione di simmetria (ISYM=1 simm, -1 antisimm)

MODE,MODE,ISYM

MODE=0

Figure 5.3: Axisymmetric Radial, Axial, Torsion and Moment Loadings



FY e FZ dati di input su un nodo vengono ripartiti dal SW su 360°

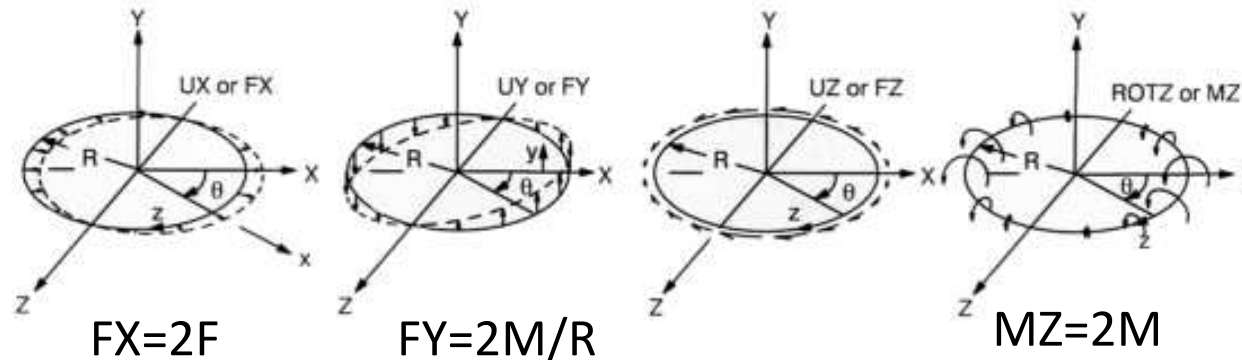
$$\text{es. } M = \int_0^{2\pi} (-FZ / 2\pi R) * (R) * (Rd\theta) = -R * FZ$$

in alternativa, per i carichi normali distribuiti, si possono dare le pressioni (PRESS) su una linea della sezione (SFL)

ELEMENTI ARMONICI /5

MODE=1, ISYM=1

Figure 5.4: Bending and Shear Loading (ISYM = 1)



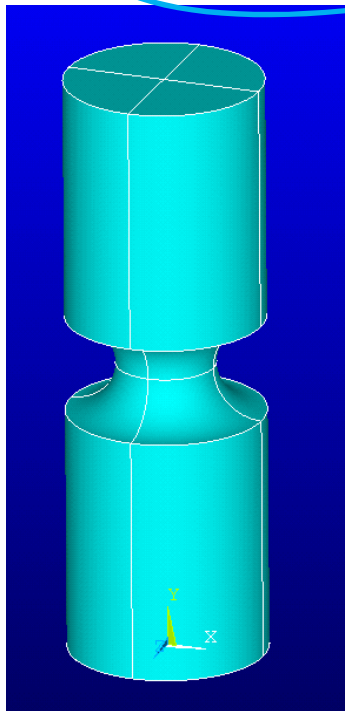
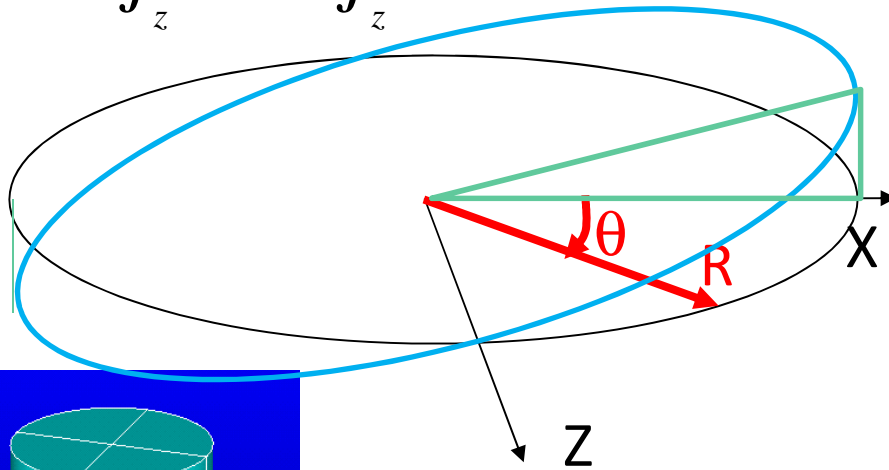
$F_X, F_Y, M_Z / 2\pi R$ rappresentano i valori di picco del carico distribuito sulla circonferenza, F e M risultante e momento risultante

es. $M = \int_0^{2\pi} (F_Y(\cos \theta) / 2 \pi R) * (R \cos \theta) * (R d\theta) = (F_Y) R / 2$

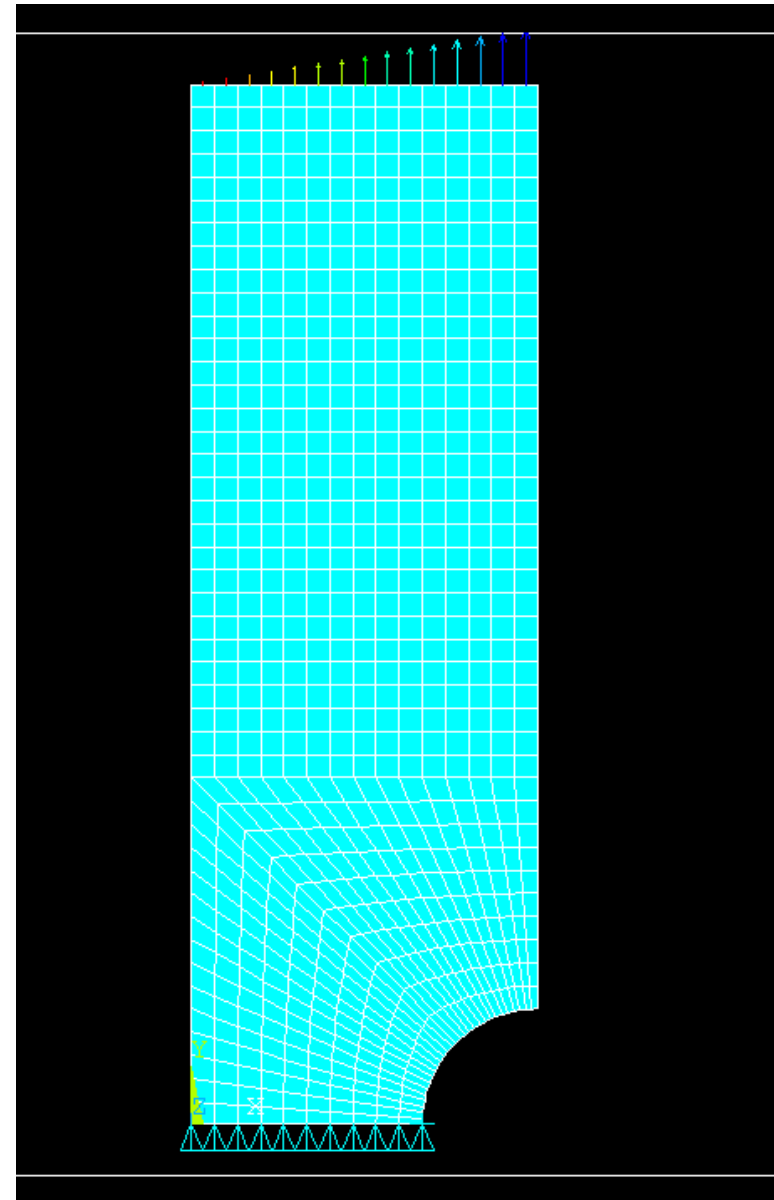
in alternativa, per i carichi normali distribuiti, si possono dare direttamente le pressioni (PRESS) su una linea della sezione (SFL)

ELEMENTI ARMONICI /6

$$\sigma_y = \frac{M_z}{J_z} \cdot x = \frac{M_z}{J_z} \cdot R \cos(\theta)$$



Esempio : cilindro
con intaglio soggetto
a flessione
MODE,1,1





ELEMENTI ARMONICI /7

ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

C***

C*** VINCOLI

C***

LSEL,,LOC,Y,-1,0.001 ! simmetria

DL,ALL,,SYMM

LSEL,ALL

KSEL,,LOC,Y,-1,0.001

KSEL,R,LOC,X,D-RR-0.01,D-RR+0.01

DK,ALL,UZ,0

Vincoli in direzione "z" per stabilizzare il modello

C***

C*** CARICHI

C***

LSEL,,LOC,Y,L-0.001,L+1

SFL,ALL,PRESS,-PA,0

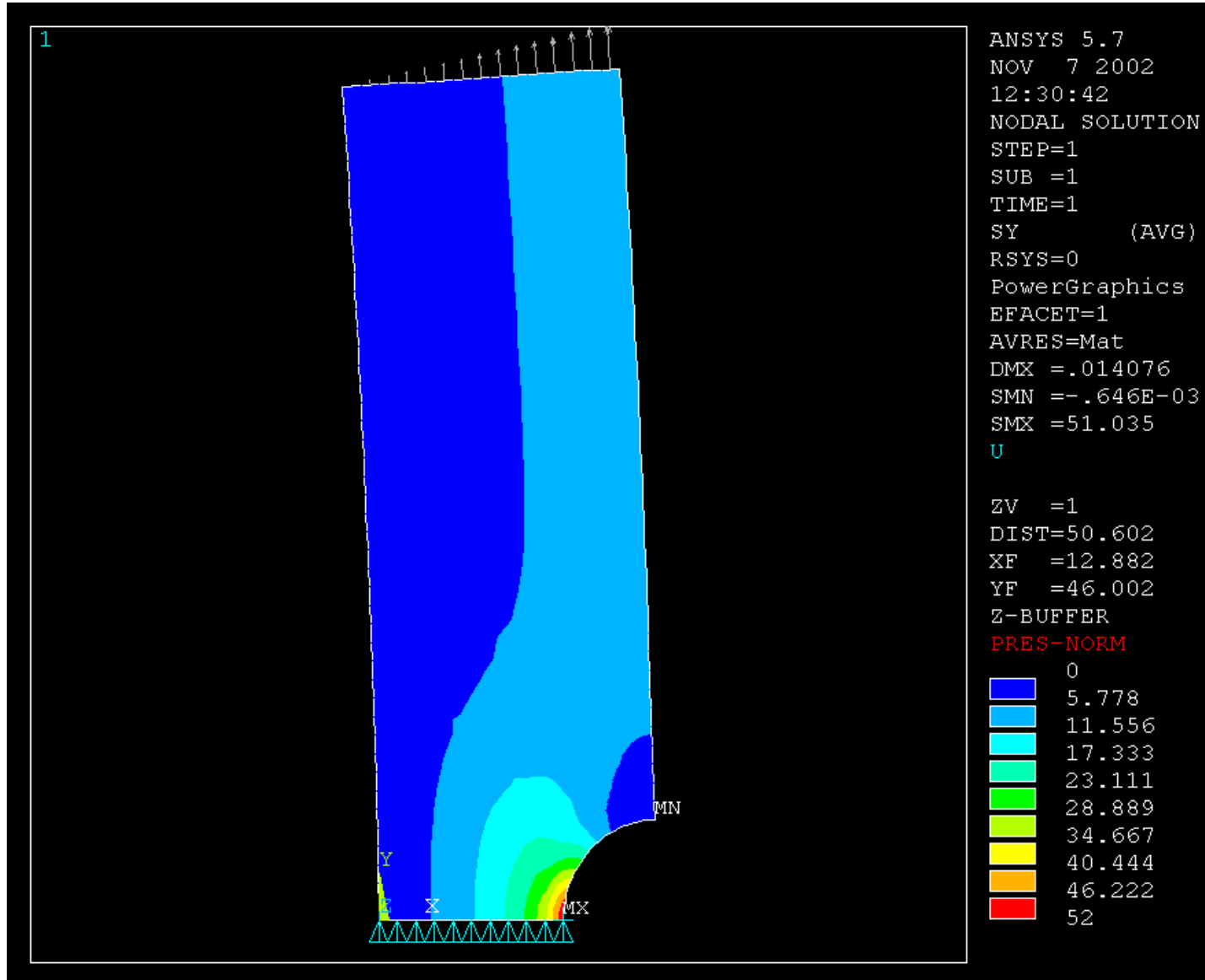
MODE,1,1

! definisce il numero di armoniche ed il tipo di f.ne

ELEMENTI ARMONICI /8

CdL Magistrale in Ingegneria dei Veicoli

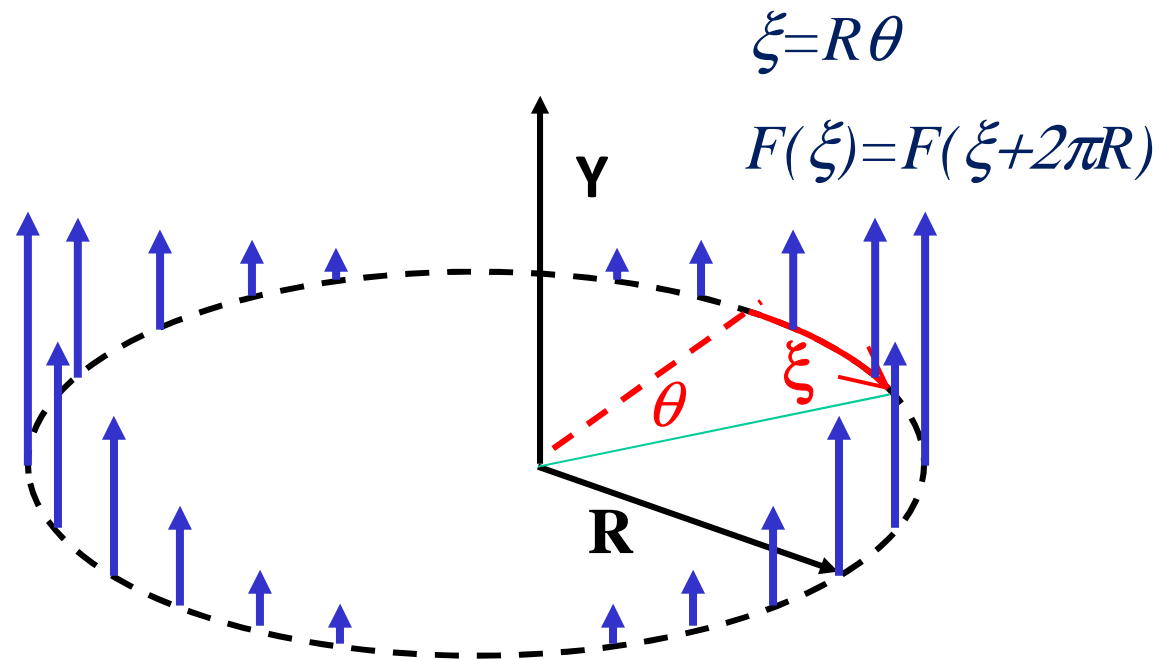
File di comandi: CILINDRO_INTAGLIO_FLESSIONE.txt



ELEMENTI ARMONICI /9

Analisi di corpi assialsimmetrici soggetti a carichi generici

Un carico applicato ad un corpo assialsimmetrico può sempre essere rappresentato da una funzione **periodica**, in quanto il valore assunto dal carico stesso lungo ogni possibile circonferenza di raggio R si ripete almeno ogni 360° .

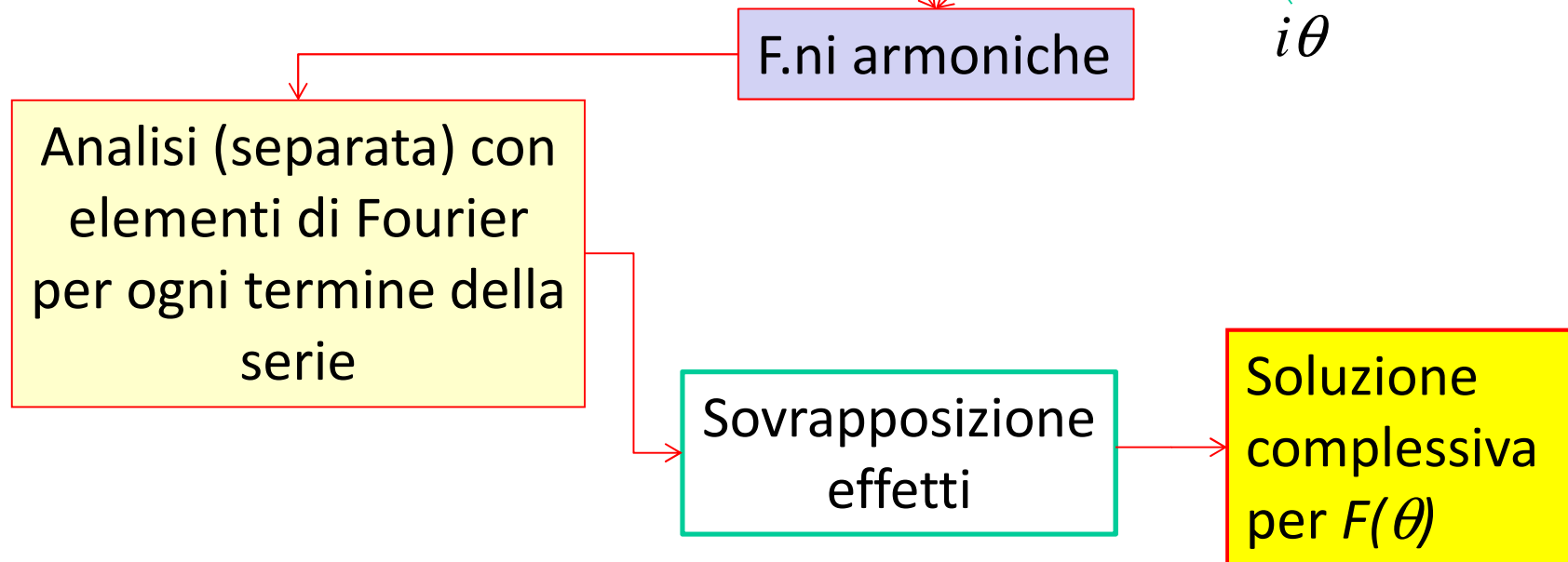


ELEMENTI ARMONICI /10

Il carico stesso può pertanto essere espresso tramite la serie di Fourier :

$$F(\xi) = \frac{A_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \left(A_i \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) + B_i \sin\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) \right)$$

con $L = 2\pi R$ periodo della funzione



ELEMENTI ARMONICI /11

Analisi di corpi assialsimmetrici soggetti a carichi generici

Calcolo coefficienti serie di Fourier :

$$F(\xi) = \frac{A_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \left(A_i \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) + B_i \sin\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) \right)$$

$$A_i = \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} F(\xi) \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) d\xi$$

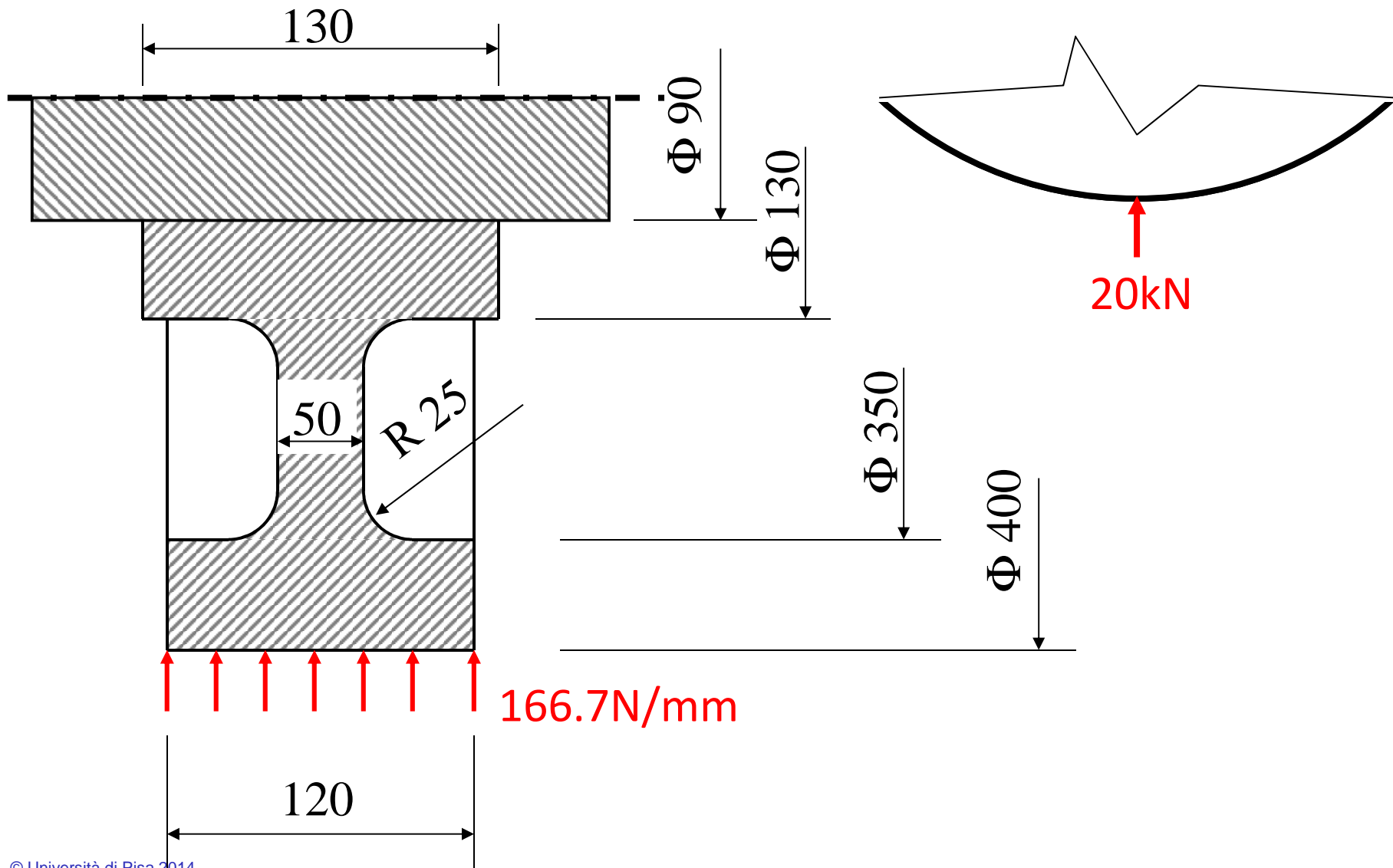
$$B_i = \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} F(\xi) \sin\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) d\xi \quad (\text{formule di Eulero- Fourier})$$

$$A_0 = \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} F(\xi) d\xi$$

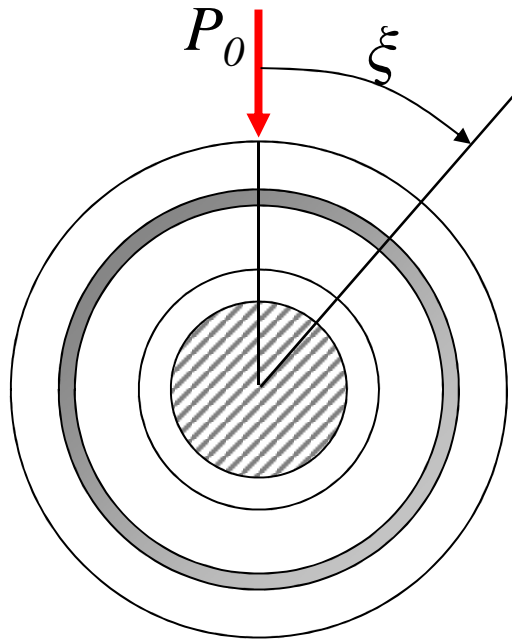
$L = 2\pi R$ periodo

ELEMENTI ARMONICI /12

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.



ELEMENTI ARMONICI /13



$p(\xi) = \text{f.ne periodica di periodo } L = 2\pi R$

Posto:

$$p(\xi) = P_0 \delta(\xi)$$

F.ne “ δ di Dirac”

$$\delta(\xi) = 0 \quad \text{per } \xi \neq 0$$

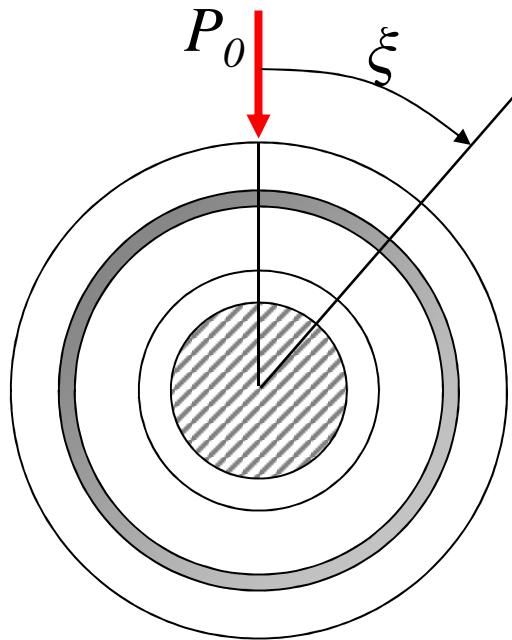
$$\int_{X_1}^{X_2} \delta(\xi) \cdot d\xi = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \in \{X_1, X_2\} \\ 0 & \text{se } 0 \notin \{X_1, X_2\} \end{cases}$$

$$\int_{X_1}^{X_2} F(\xi) \cdot \delta(\xi) \cdot d\xi = \begin{cases} F(0) & \text{se } 0 \in \{X_1, X_2\} \\ 0 & \text{se } 0 \notin \{X_1, X_2\} \end{cases}$$

$$\int_{-L/2}^{L/2} p(\xi) d\xi = \int_{-L/2}^{L/2} P_0 \delta(\xi) d\xi = P_0$$

La risultante è rispettata, la definizione di pressione è corretta

ELEMENTI ARMONICI /14



$p(\xi) = f.n.e$ periodica di periodo $L = 2\pi R$

Posto:

$$p(\xi) = P_0 \cdot \delta(\xi)$$

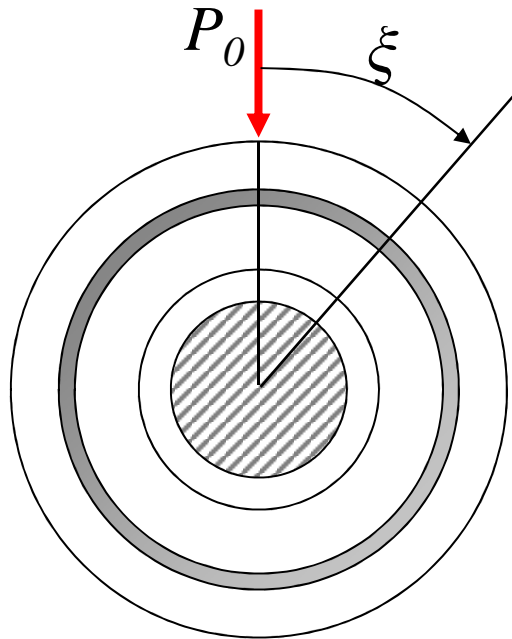
$p(\xi)$ pari, serie di soli coseni

$$p(\xi) = \frac{A_0}{2} + \sum_{i=1}^n A_i \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right)$$

Infatti:

$$\begin{aligned} B_i &= \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} p(\xi) \sin\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) d\xi = \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} P_0 \cdot \delta(\xi) \sin\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) d\xi = \\ &= \frac{2}{L} P_0 \sin(2\pi i 0) = 0 \end{aligned}$$

ELEMENTI ARMONICI /14bis



$p(\xi) = f.$ ne periodica di periodo $L = 2\pi R$

Posto:

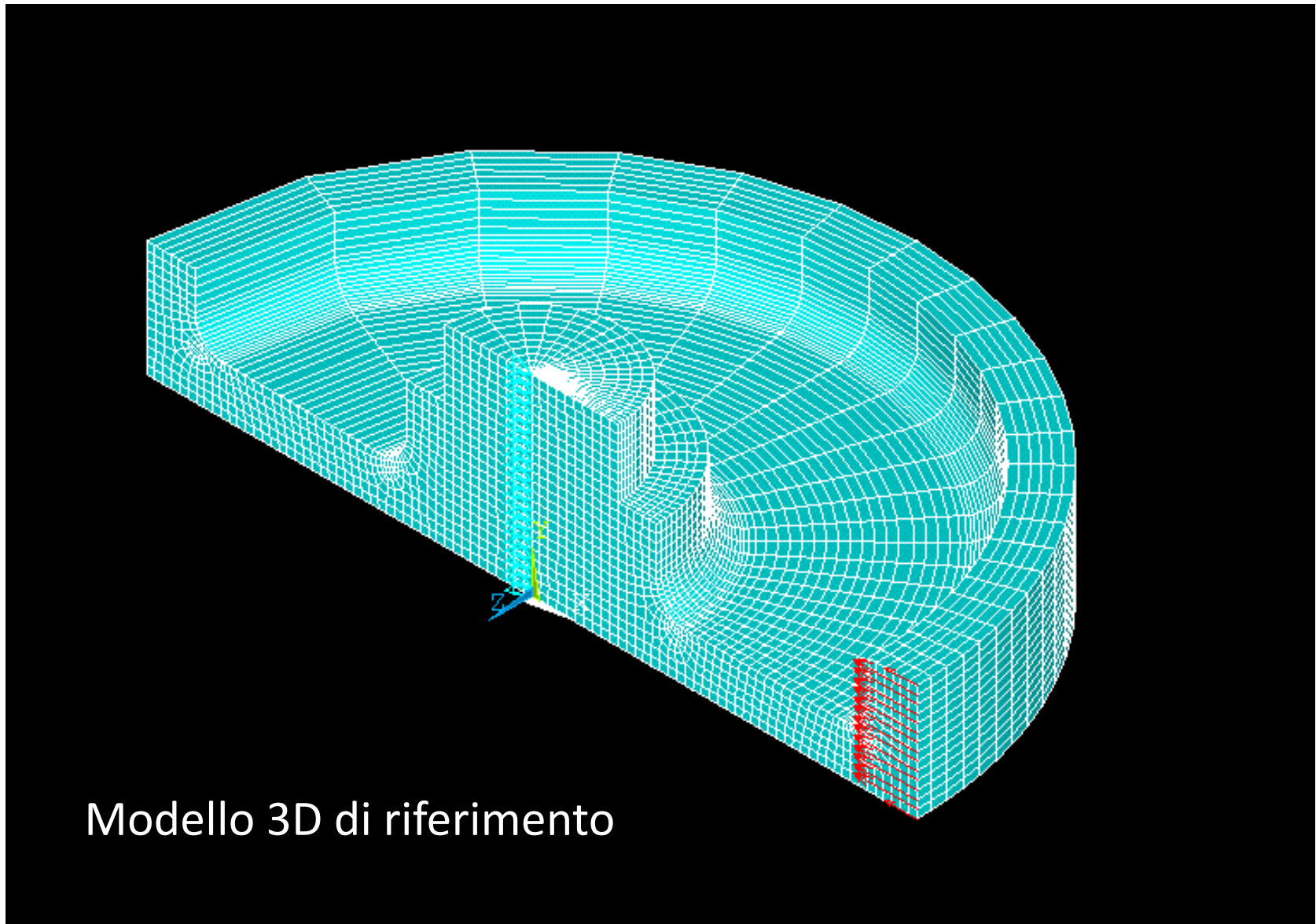
$$p(\xi) = P_0 \cdot \delta(\xi)$$

$$p(\xi) = \frac{A_0}{2} + \sum_{i=1}^n A_i \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right)$$

$$A_i = \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} p(\xi) \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) d\xi = \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} P_0 \cdot \delta(\xi) \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) d\xi =$$

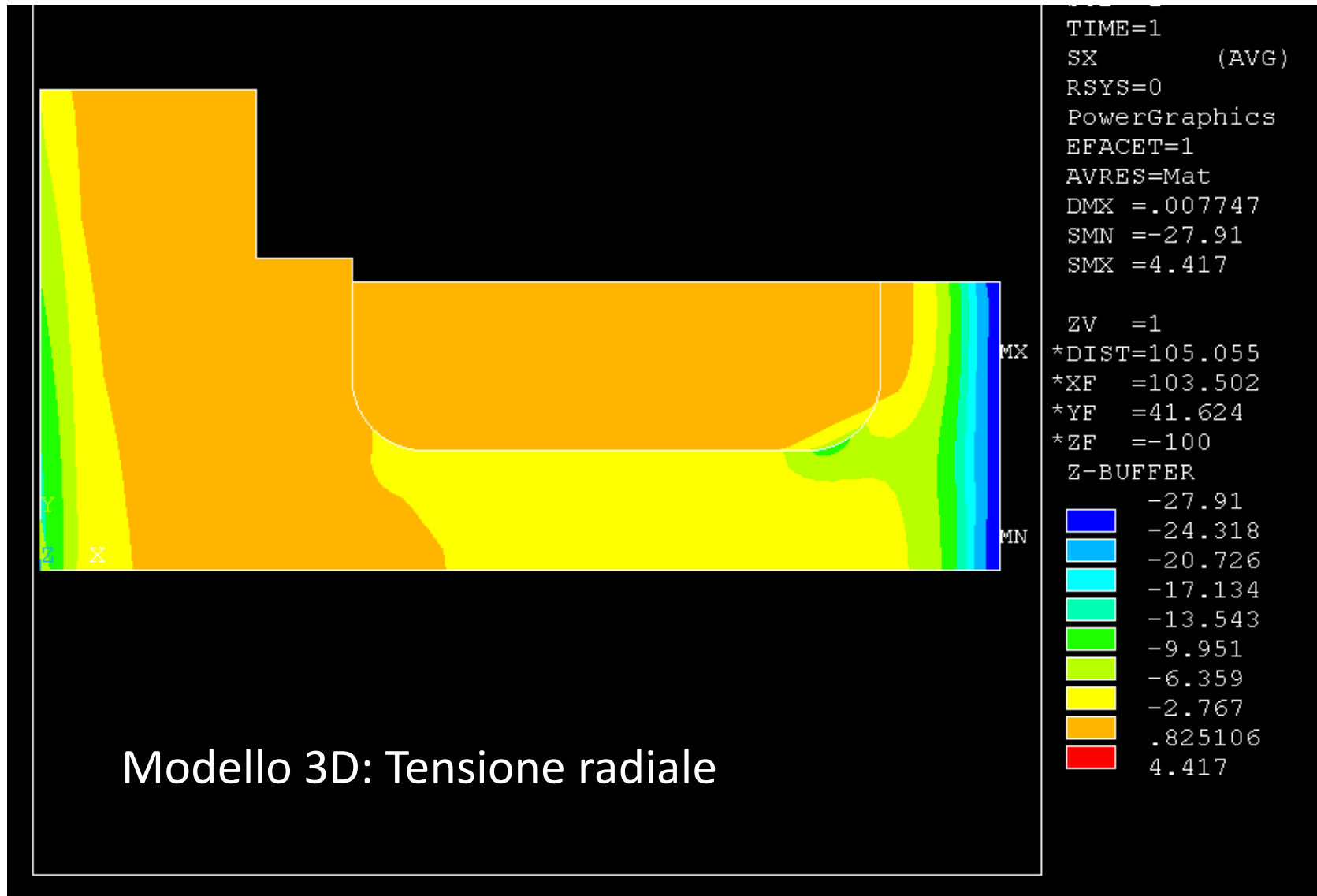
$$= \frac{2}{L} P_0 \cdot \cos(2\pi i 0) = \frac{2P_0}{L} \quad \rightarrow \quad p(\xi) = \frac{P_0}{L} + \sum_{i=1}^n \frac{2P_0}{L} \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right)$$

ELEMENTI ARMONICI /15



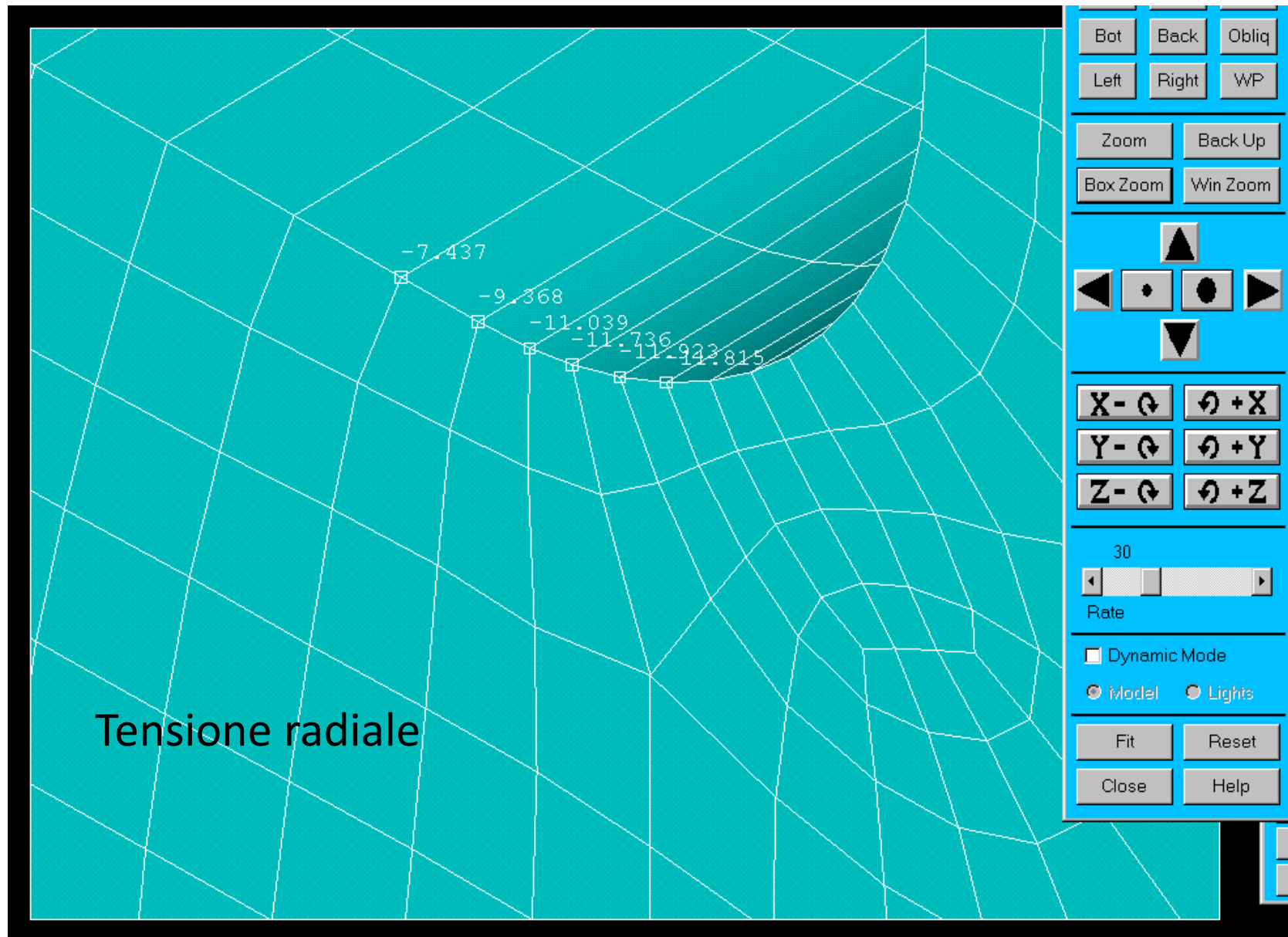
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.

ELEMENTI ARMONICI /16



Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.

ELEMENTI ARMONICI /17

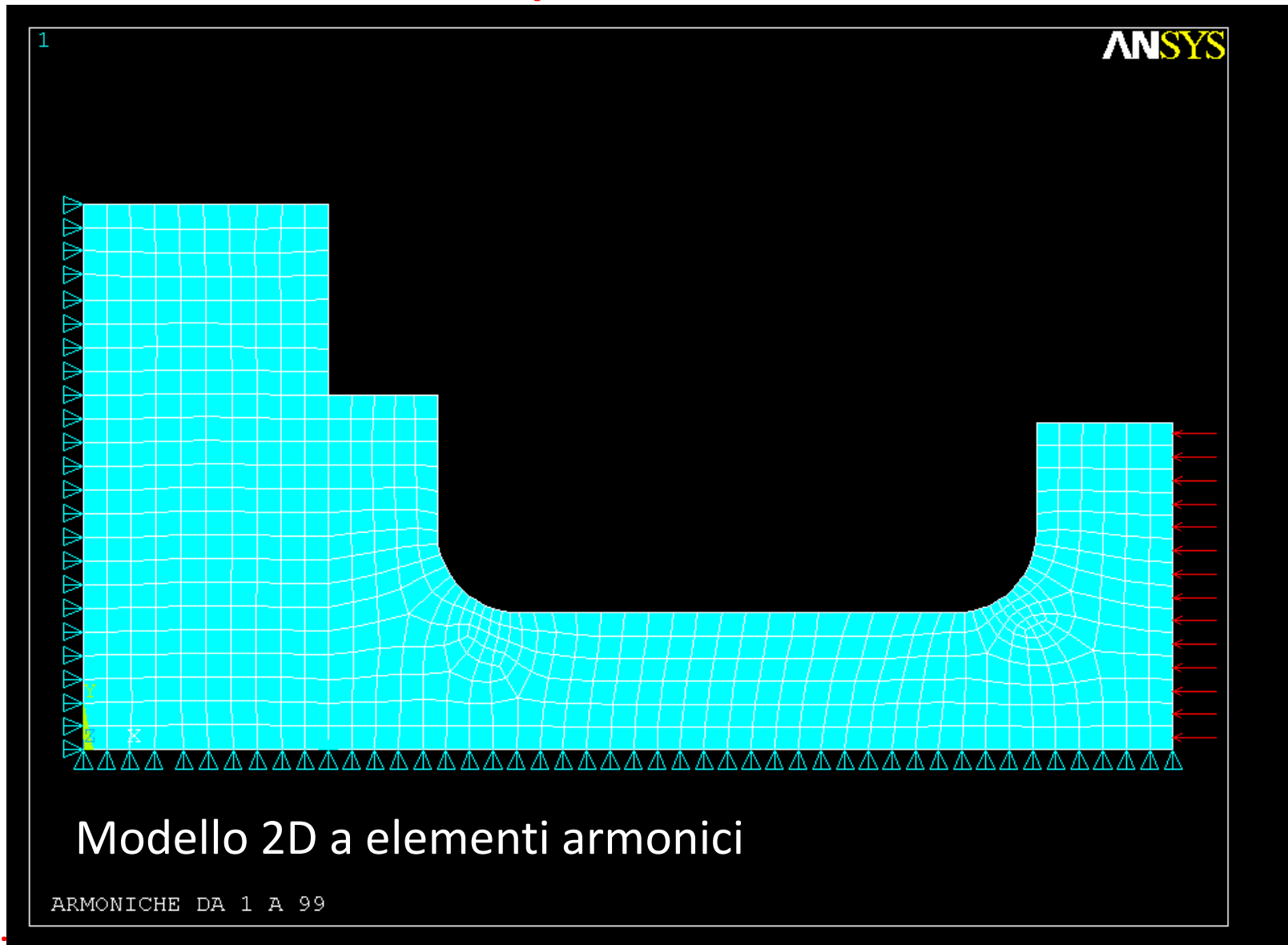


Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.

ELEMENTI ARMONICI /18

CdL Magistrale in Ingegneria dei Veicoli

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.



File di comandi: RUOTA_FOURIER.txt



ELEMENTI ARMONICI /19

ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

C***

C*** COMBINAZIONE CASI DI CARICO PER OTTENERE IL RISULTATO FINALE

C***

*DO,IJK,1,NFOU+1,1

SET,IJK ,,,,**ANGLE** !legge set di risultati all'angolo voluto

LCWRITE,IJK !crea load case dai risultati letti

*ENDDO

LCASE,1 ! copia il LoadCase 1 (armonica 0)

/TITLE, ARMONICA 0

PLNSOL,S,X

PLNSOL,S,EQV

*DO,IJK,2,NFOU+1,1

A=IJK-1

LCOPER,ADD,IJK !somma i risultati dei load case

/TITLE, ARMONICHE DA 0 A %A%

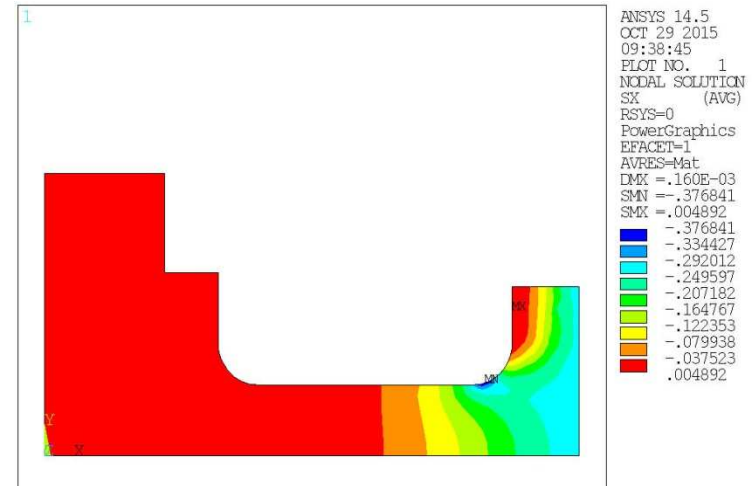
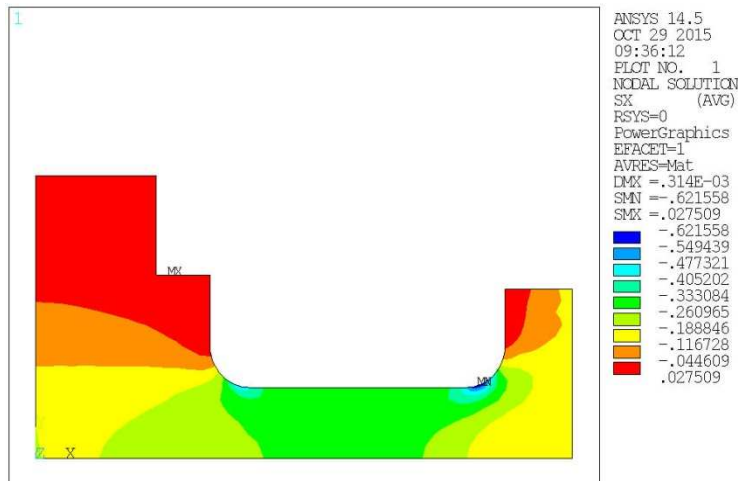
PLNSOL,S,X

PLNSOL,S,EQV

*ENDDO

ELEMENTI ARMONICI /20

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea.

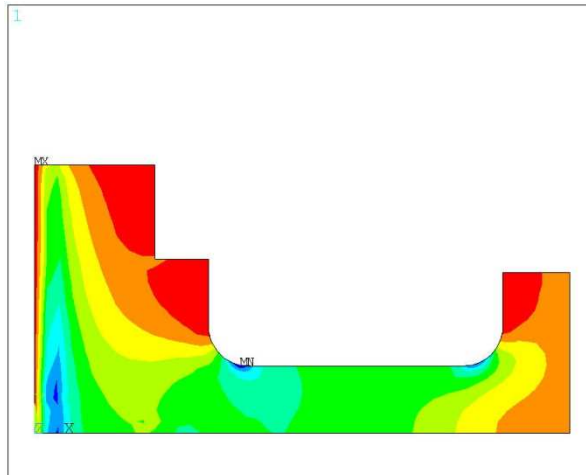


single componenti armoniche

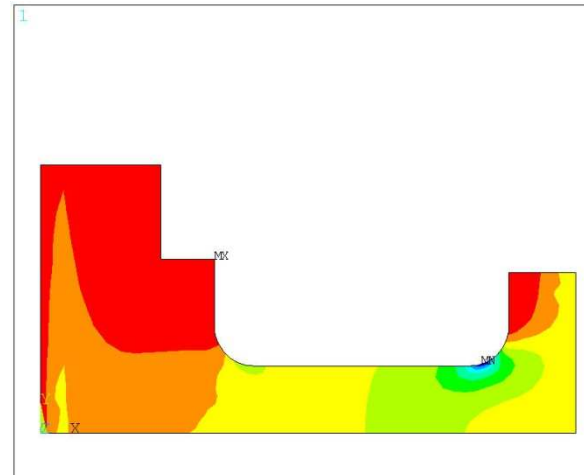


ELEMENTI ARMONICI /21

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea.

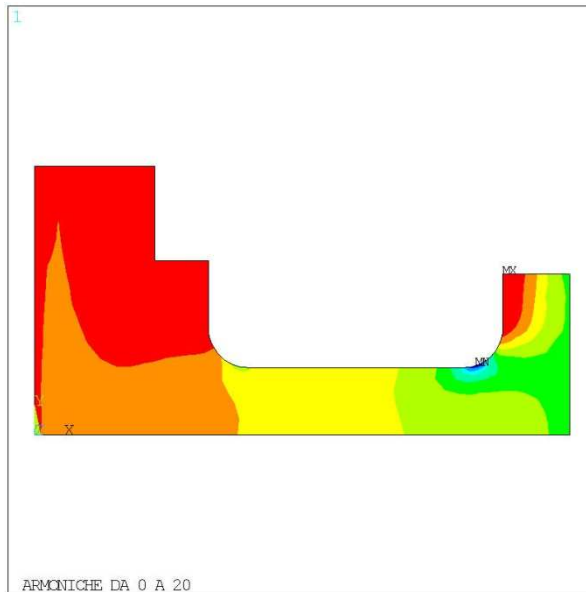


ARMONICHE DA 0 A 1

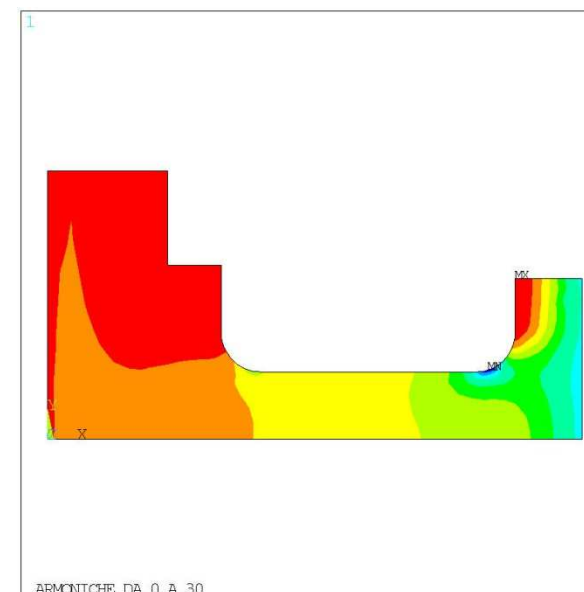


ARMONICHE DA 0 A 10

somma componenti armoniche



ARMONICHE DA 0 A 20



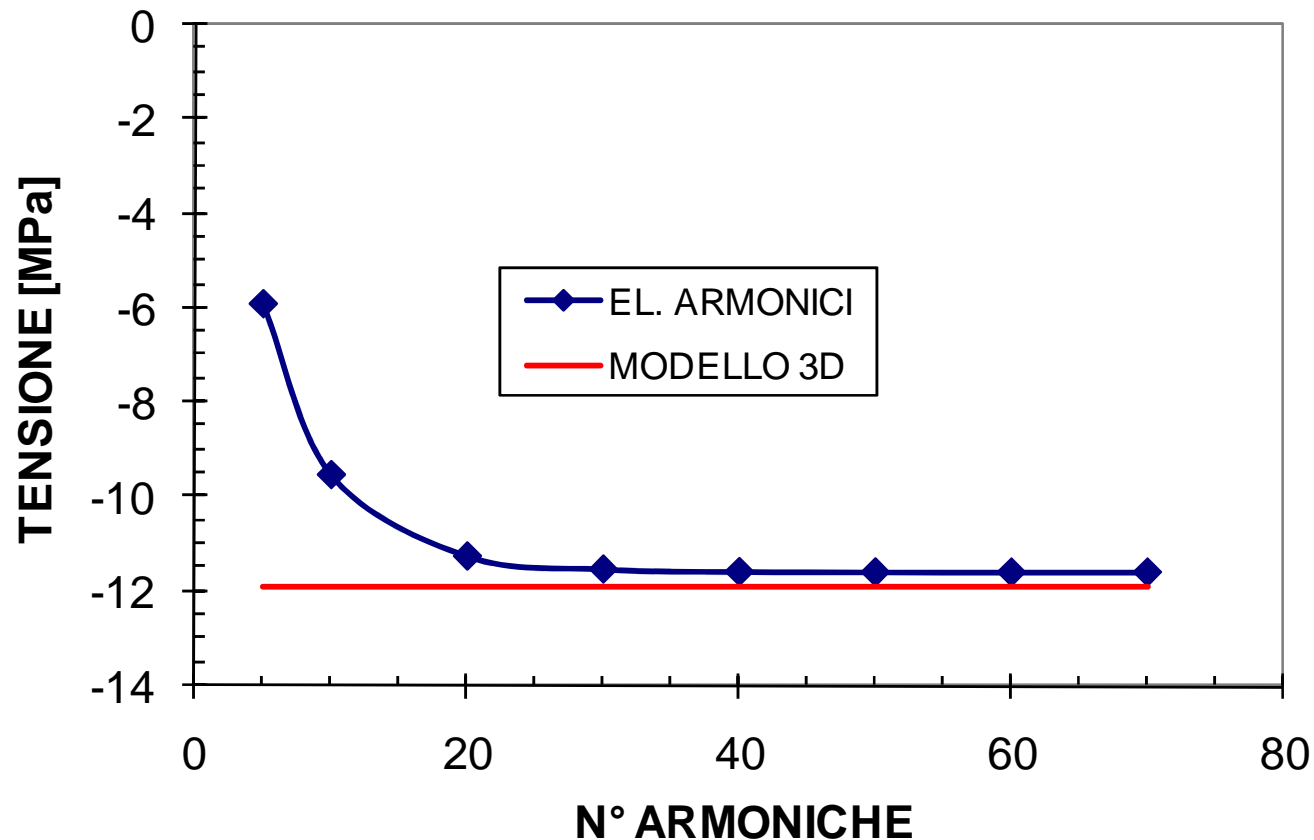
ARMONICHE DA 0 A 30

ELEMENTI ARMONICI /22

Confronto analisi elementi armonici / analisi 3D

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.

CONVERGENZA DI ELEMENTI ARMONICI



ELEMENTI SOLIDI 3D (“BRICK”)/1

Figure 185.1: SOLID185 Homogeneous Structural Solid Geometry

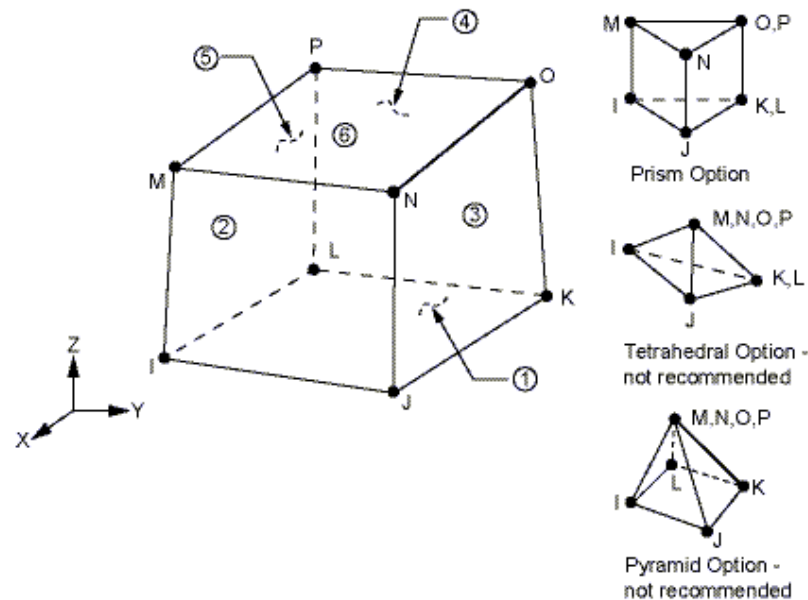
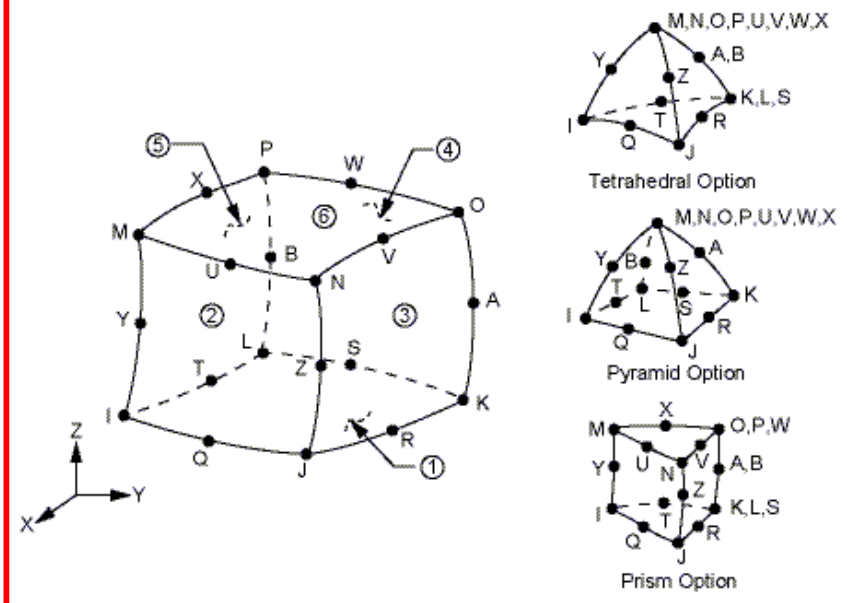


Figure 186.1: SOLID186 Homogeneous Structural Solid Geometry

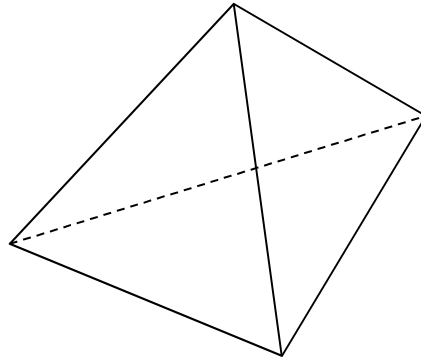


tipo di elemento usato da ANSYS Workbench

Problemi di elasticità 3D:

- tetraedro 4 nodi (f.forma lineare)/10 nodi (f.forma quadratica)
- esaedro 8 nodi (f.forma lineare su spigolo)/20 nodi (f.forma quadratica su spigolo)
- 3 g.d.l/nodo

ELEMENTI SOLIDI 3D (“BRICK”)/2



Tetraedro: 4 nodi



F.ne di forma: $A+Bx+Cy+Dz$



Deformazioni/tensioni costanti

Esaedro: 8 nodi

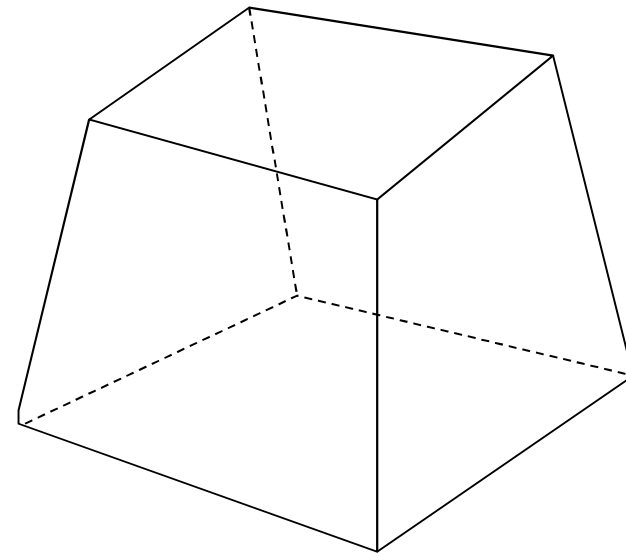


F.ne di forma:

$A+Bx+Cy+Dz+Exy+Fyz+Gzx+Hxyz$

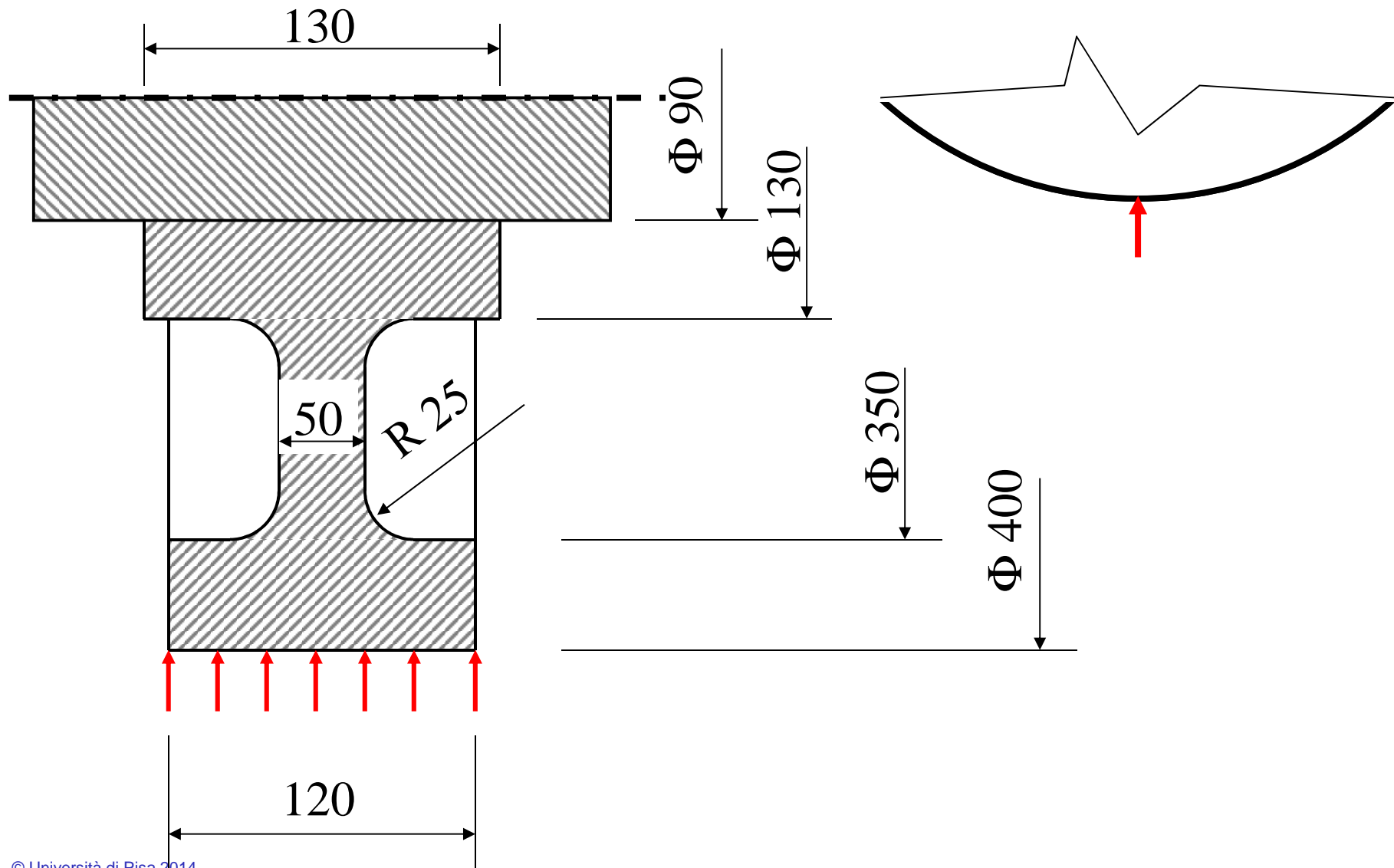


Deformazioni/tensioni variabili linearmente



ELEMENTI SOLIDI 3D (“BRICK”)/3

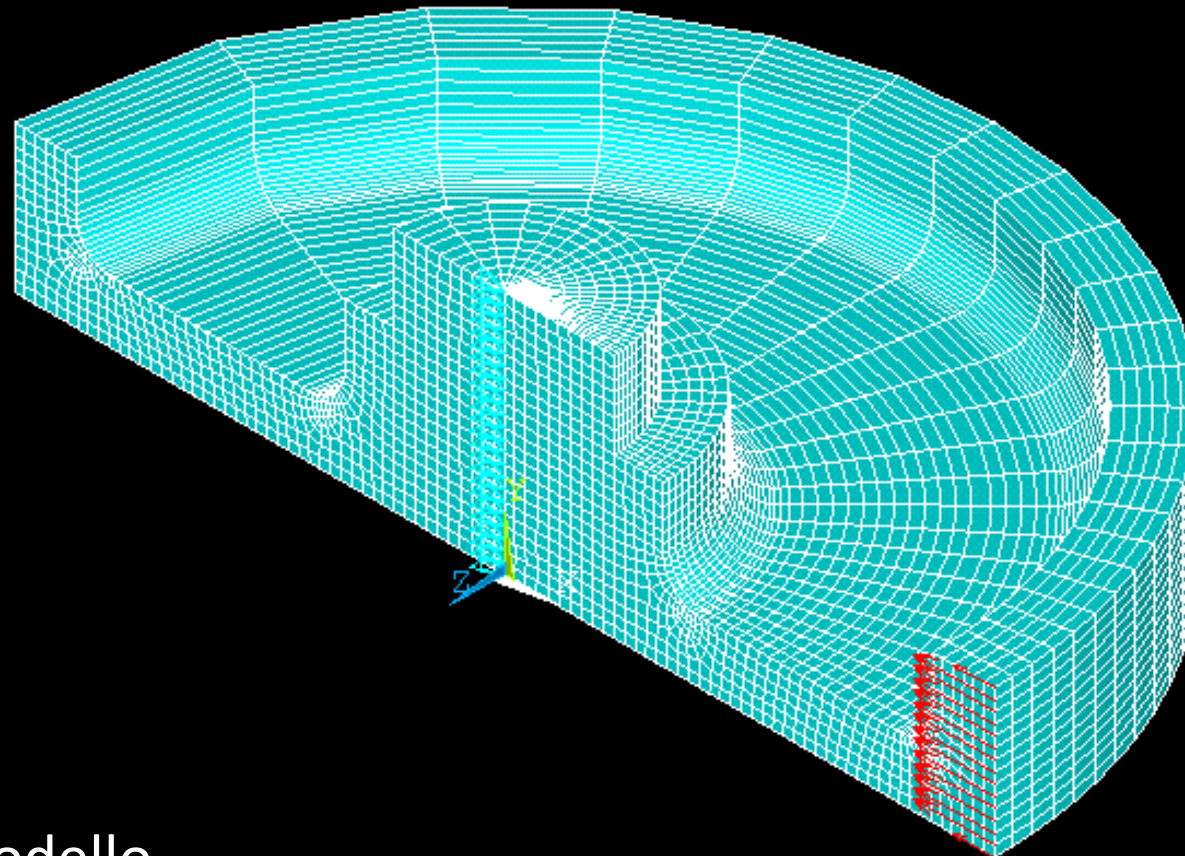
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.



ELEMENTI SOLIDI 3D (“BRICK”)/4

CdL Magistrale in Ingegneria dei Veicoli

File di comandi: RUOTA_3D

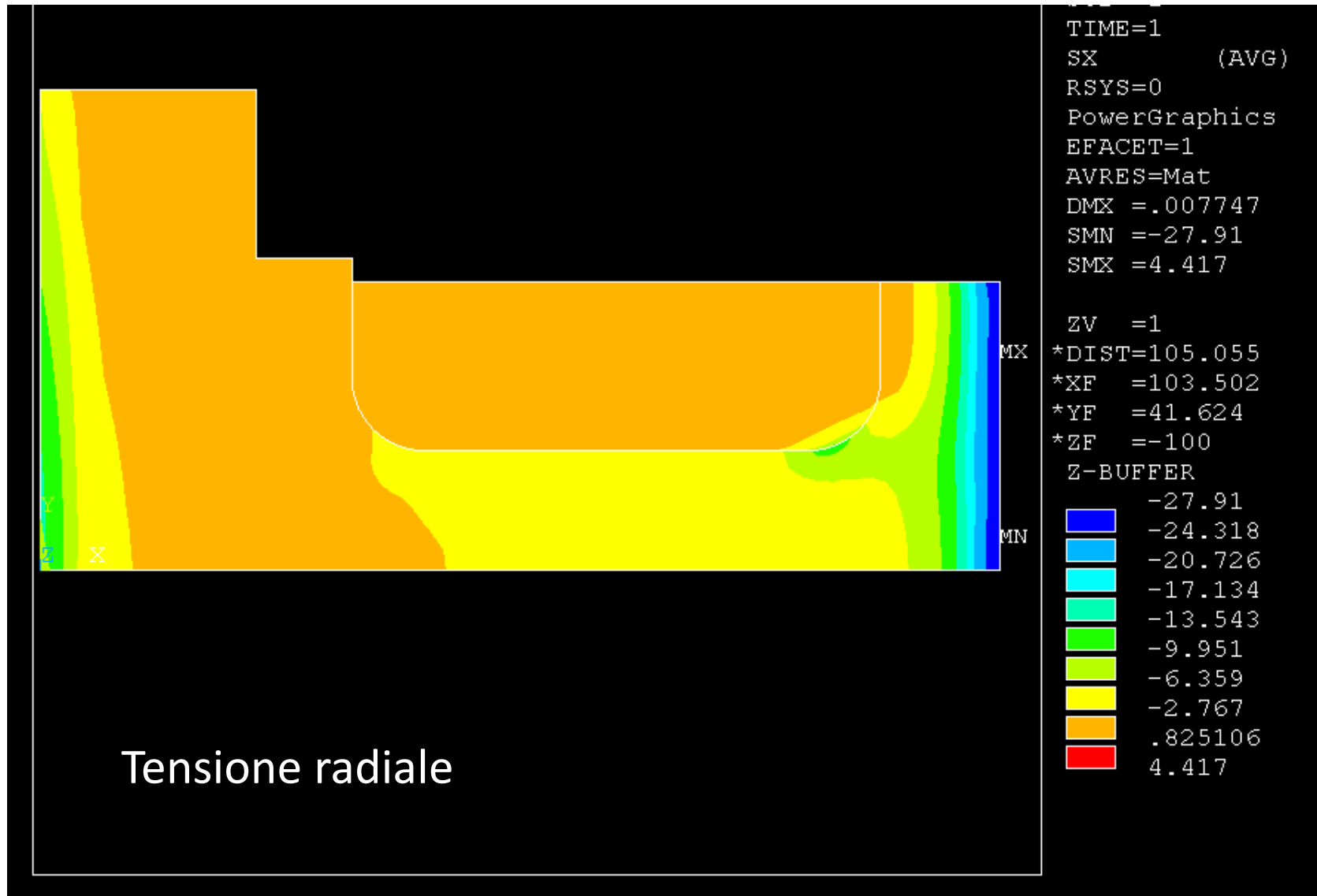


Modello

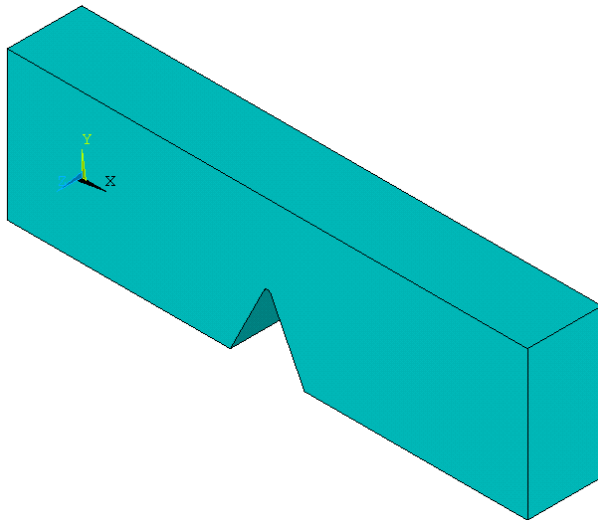
ELEMENTI SOLIDI 3D (“BRICK”)/5

CdL Magistrale in Ingegneria dei Veicoli

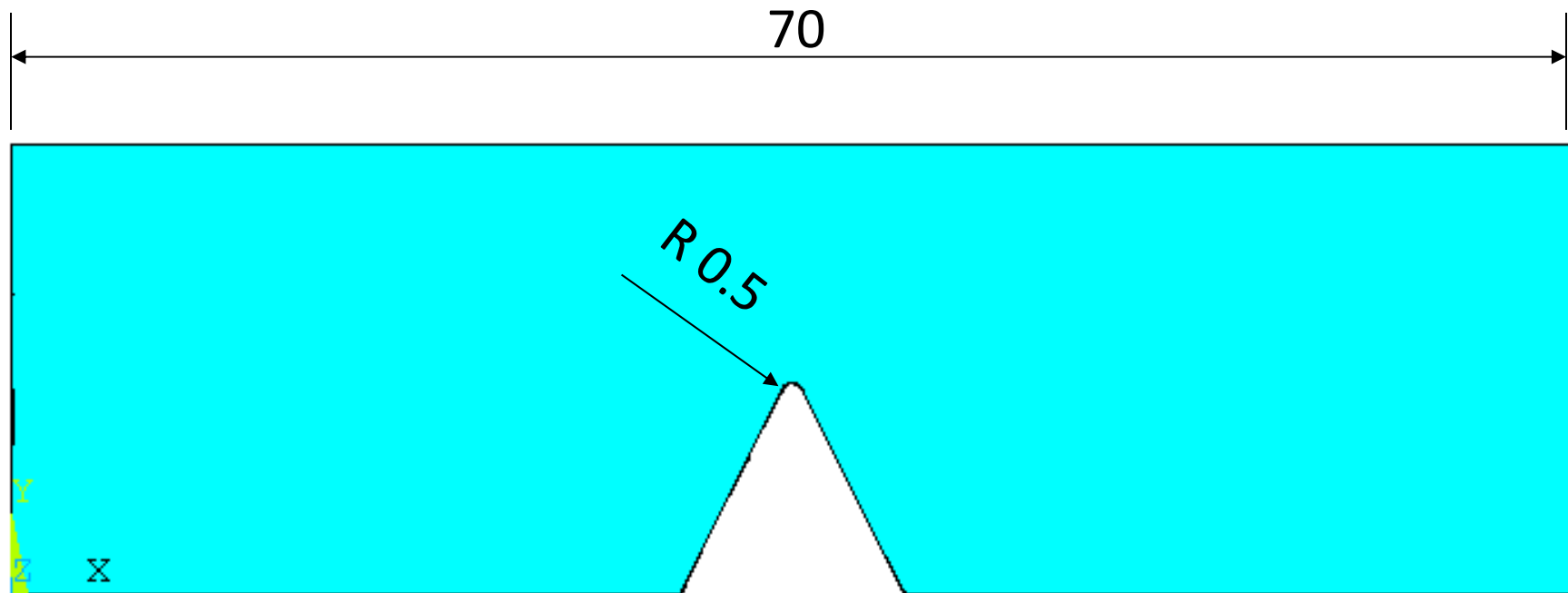
File di comandi: RUOTA_3D



ANALISI PER SOTTOSTRUTTURE (“submodelling”)

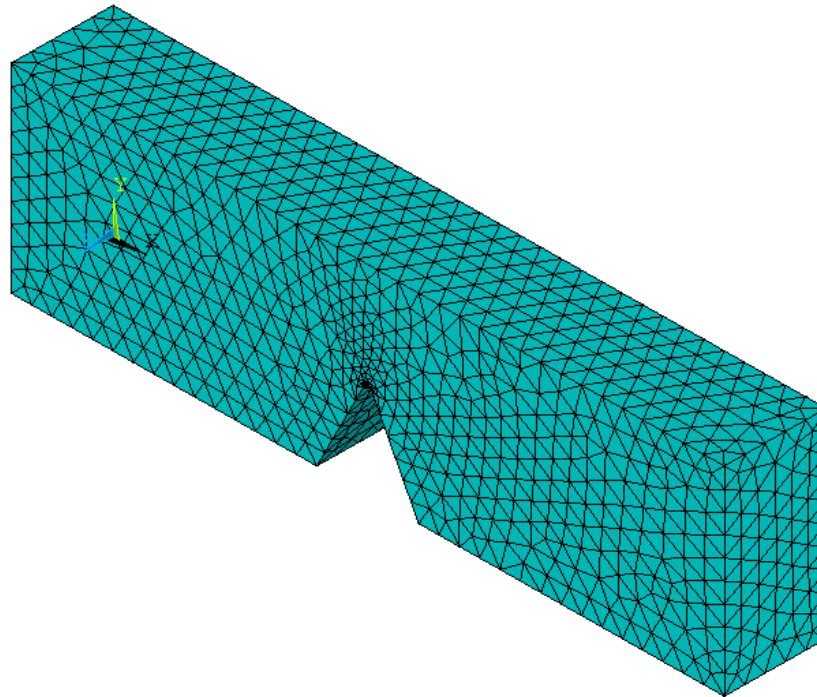


Stato di tensione spesso fortemente dipendente da parametri geometrici locali (es. raggi di raccordo).



ANALISI PER SOTTOSTRUTTURE (“submodelling”)

L’analisi richiederebbe pertanto “mesh” localmente molto infittiti (elementi piccoli rispetto ai parametri geometrici locali).

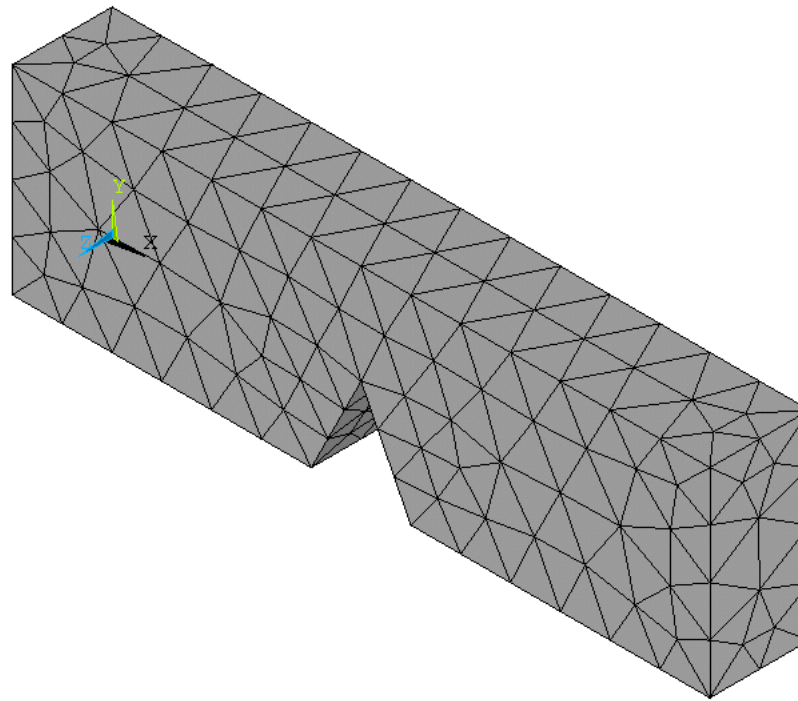


Questo tende a rendere il modello complessivamente molto complesso da costruire (inclusione di tutti i dettagli geometrici) e pesante dal punto di vista computazionale (numero enorme di gdl)

ANALISI PER SOTTOSTRUTTURE (“submodelling”)

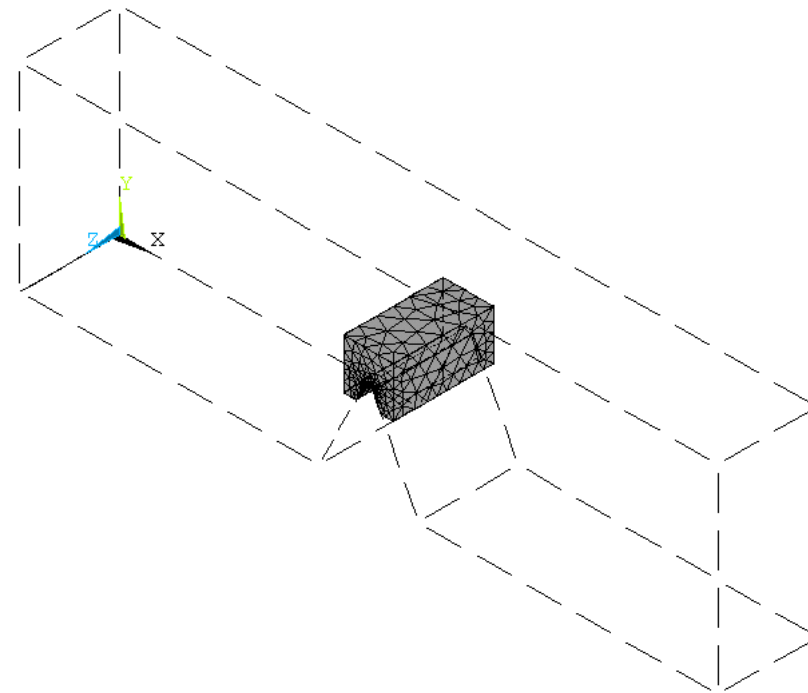
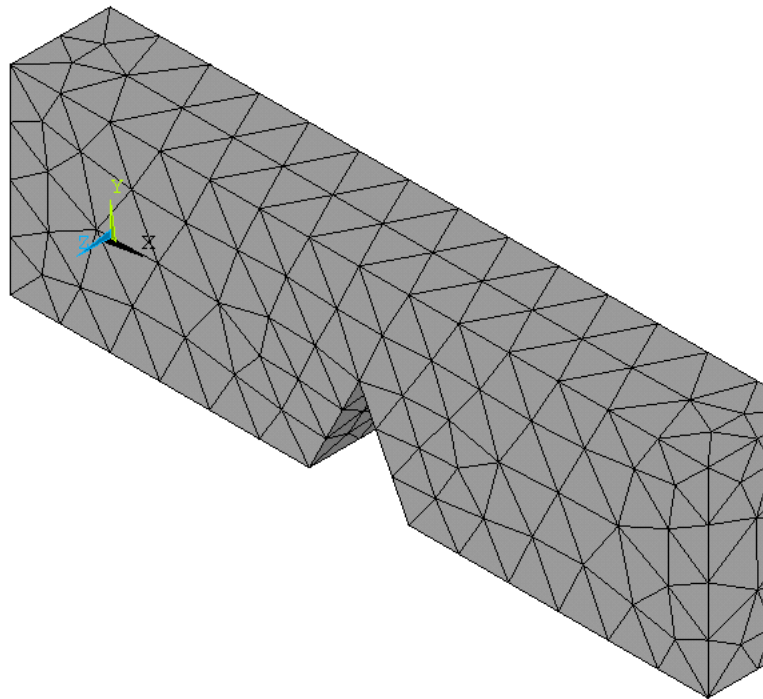
Possibile alternativa: approccio per sottostrutture

Fase 1: viene costruito un modello relativamente grossolano della struttura, privo dei dettagli geometrici, e vengono applicati carichi e vincoli



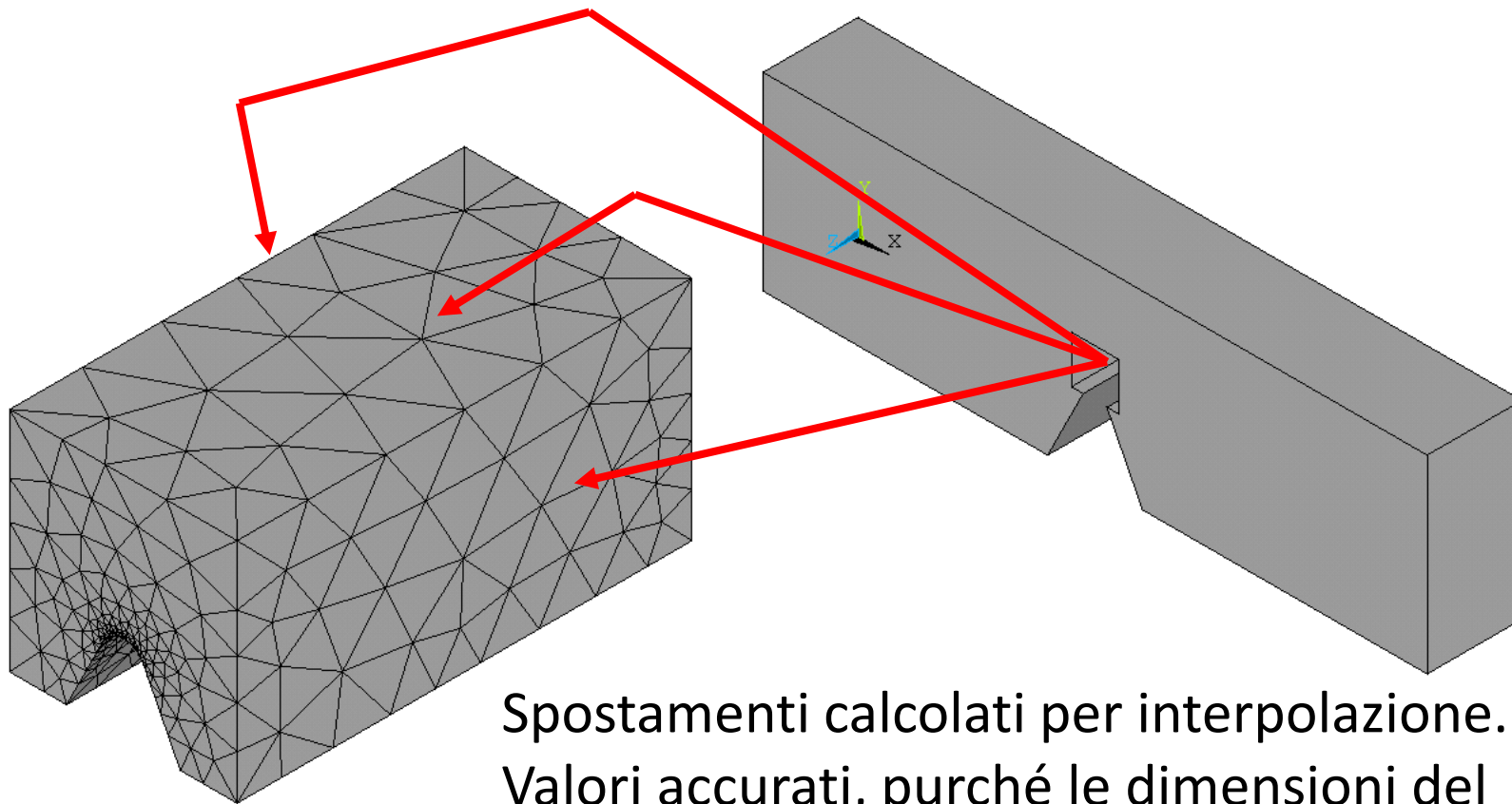
ANALISI PER SOTTOSTRUTTURE (“submodelling”)

Fase 2: viene costruito un modello molto infittito che rappresenta la sola zona attorno al dettaglio geometrico (sottomodello)



ANALISI PER SOTTOSTRUTTURE (“submodelling”)

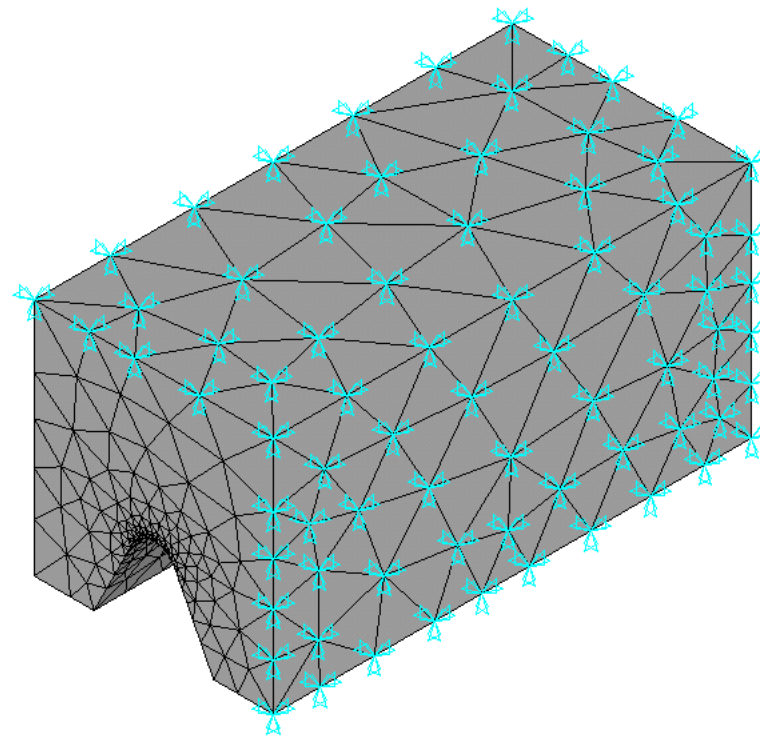
Fase 3: il modello grossolano viene impiegato per calcolare lo stato di spostamento dei nodi giacenti sulle superfici esterne del sottomodello



Spostamenti calcolati per interpolazione. Valori accurati, purché le dimensioni del sottomodello siano grandi rispetto al dettaglio

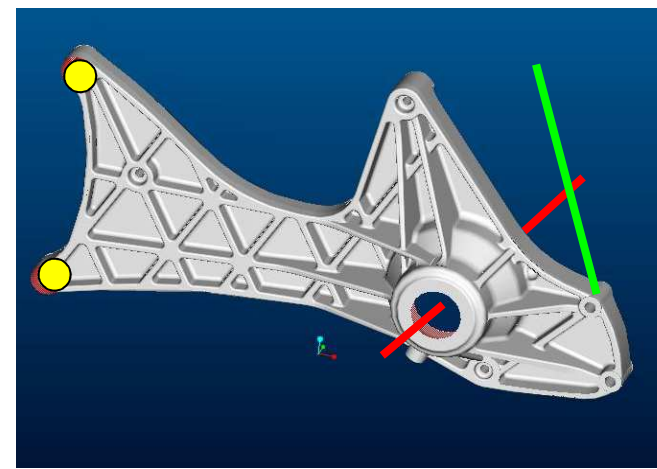
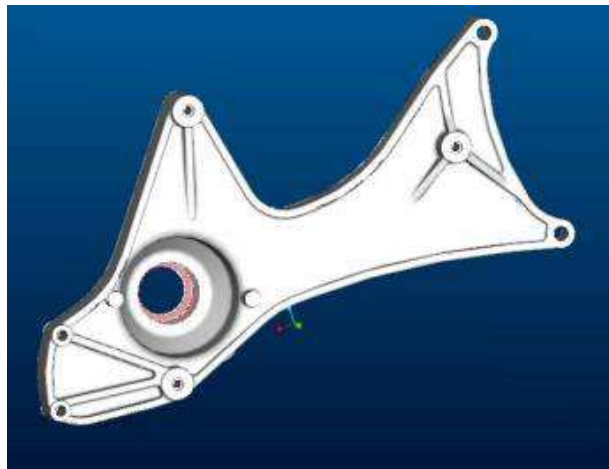
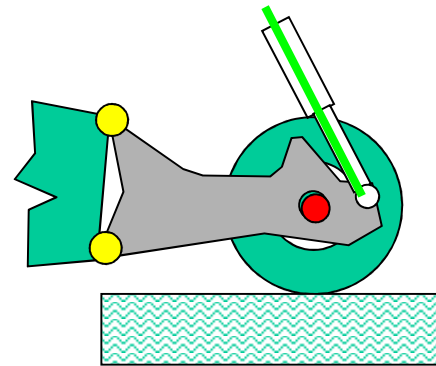
ANALISI PER SOTTOSTRUTTURE (“submodelling”)

Fase 4: gli spostamenti stimati sulla superficie sono imposti al sottomodello come condizione di carico, valutando il relativo stato di tensione

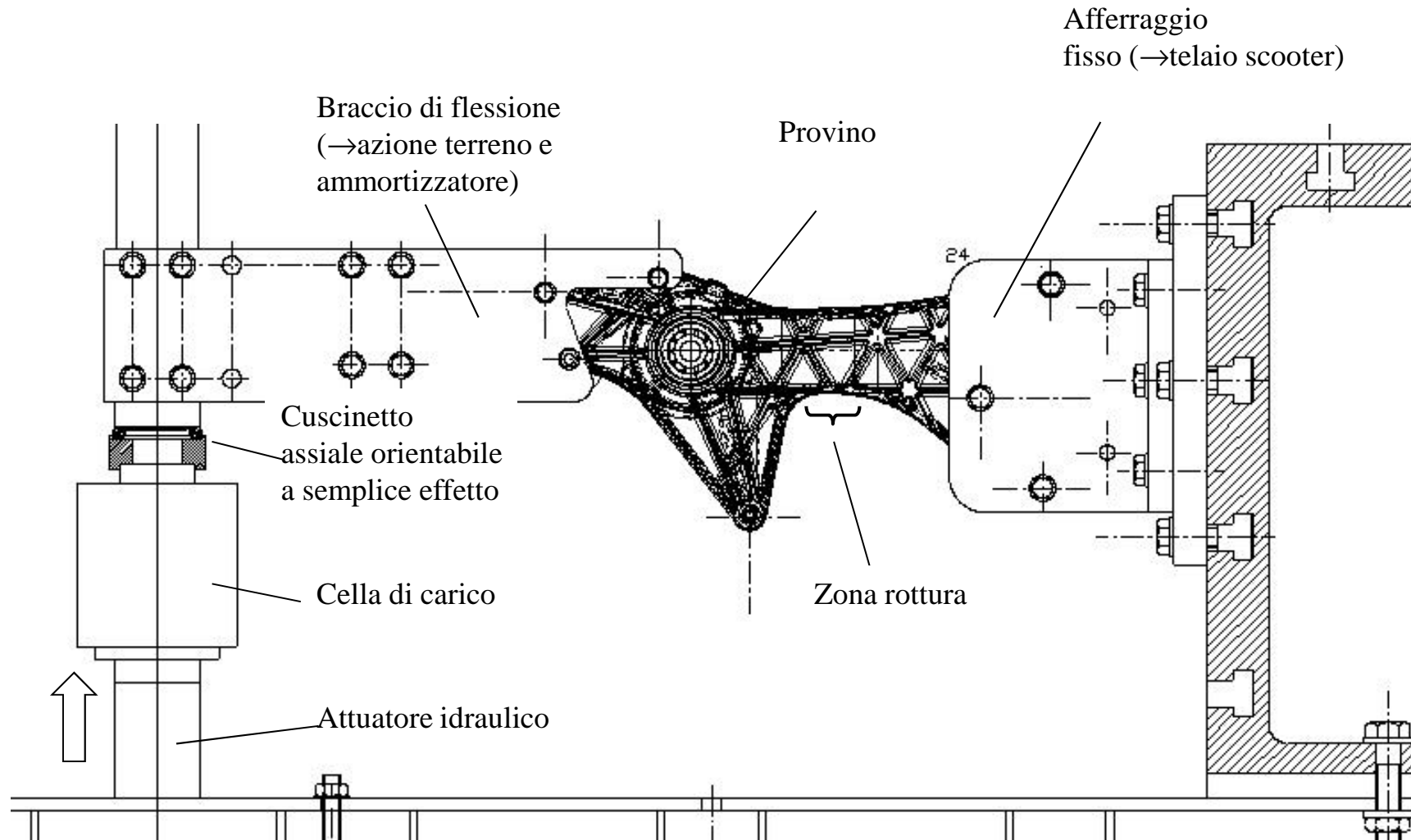


ANALISI PER SOTTOSTRUTTURE (“submodelling”)

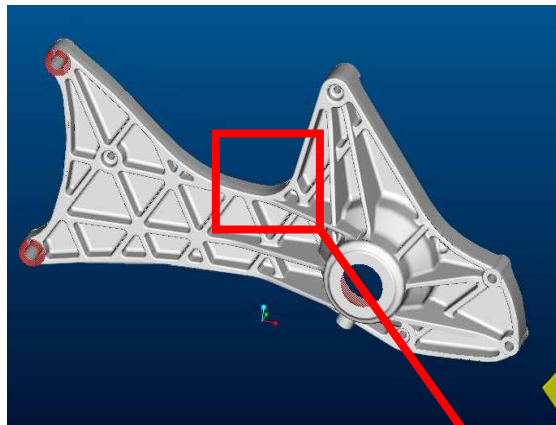
Esempio : staffa sospensione di scooter in lega di alluminio



PROVE IN PIENA SCALA IN CONTROLLO DI CARICO



MODALITÀ DI ROTTURA



M_f

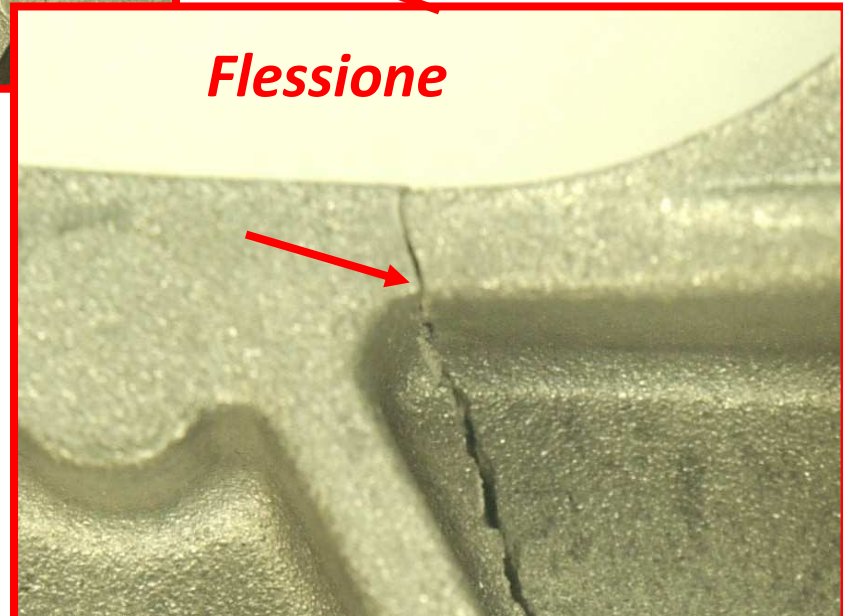
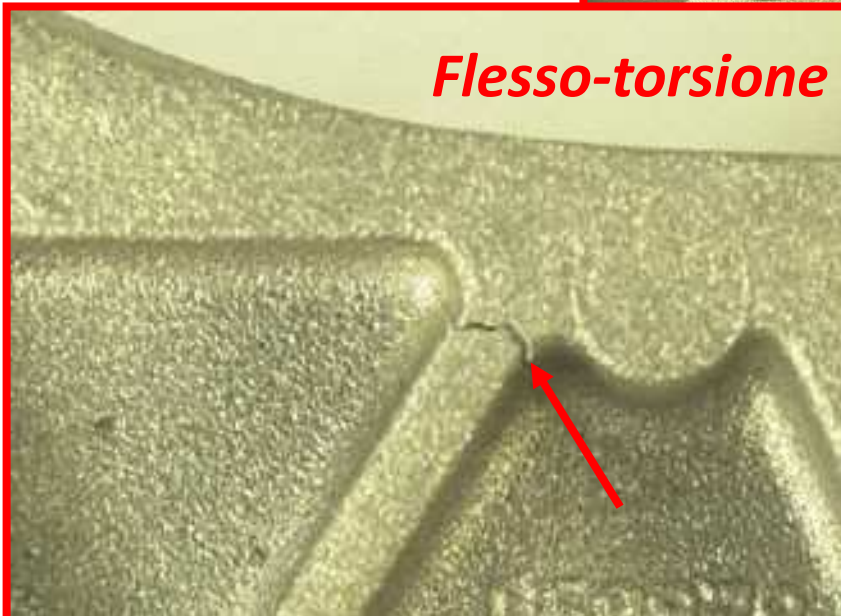
$M_t = 0.5 M_f$

$R=0.1$

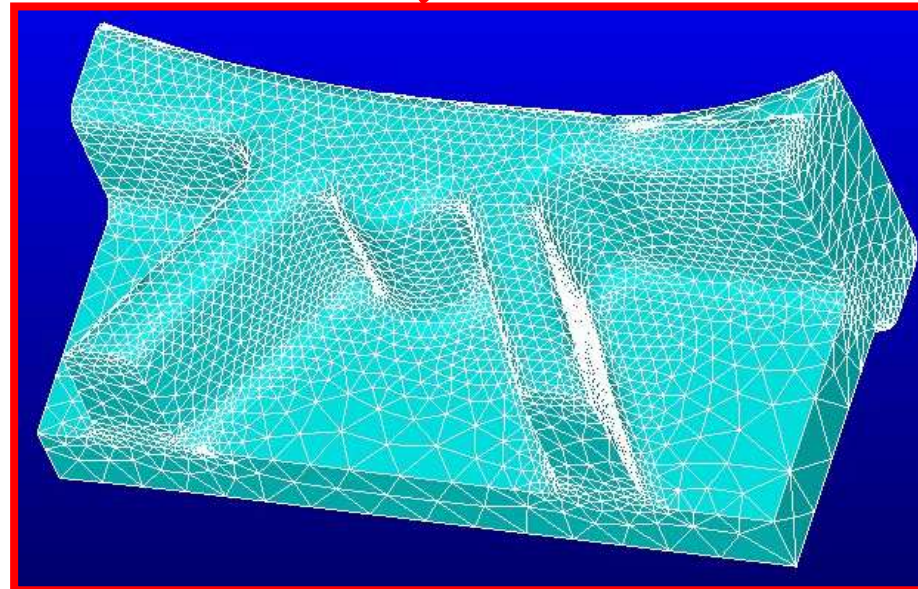
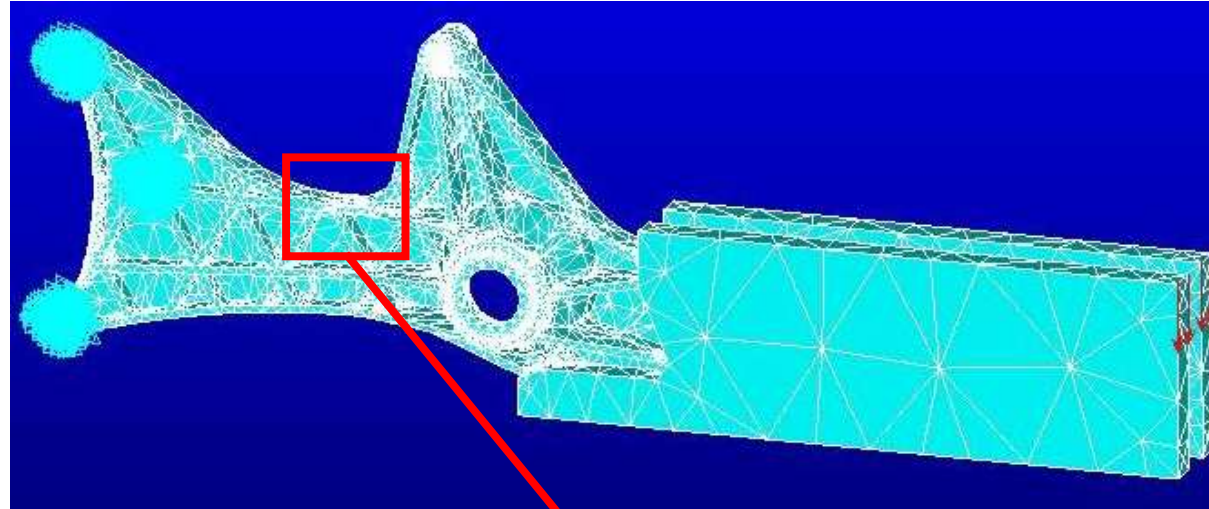


Flesso-torsione

Flessione



ANALISI PER SOTTOSTRUTTURE (“submodelling”)

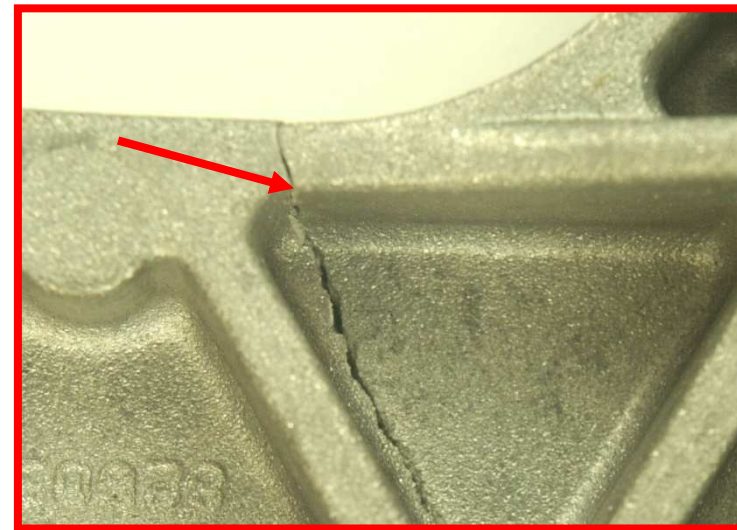
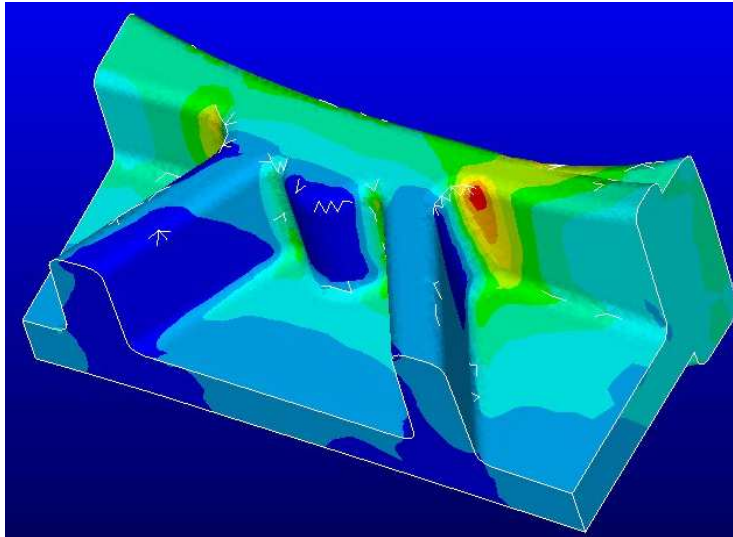


RISULTATI – individuazione zona di innesco della rottura

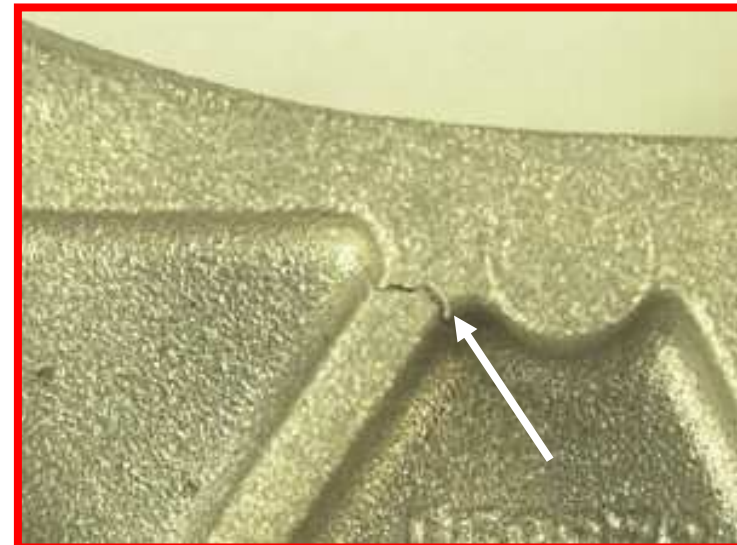
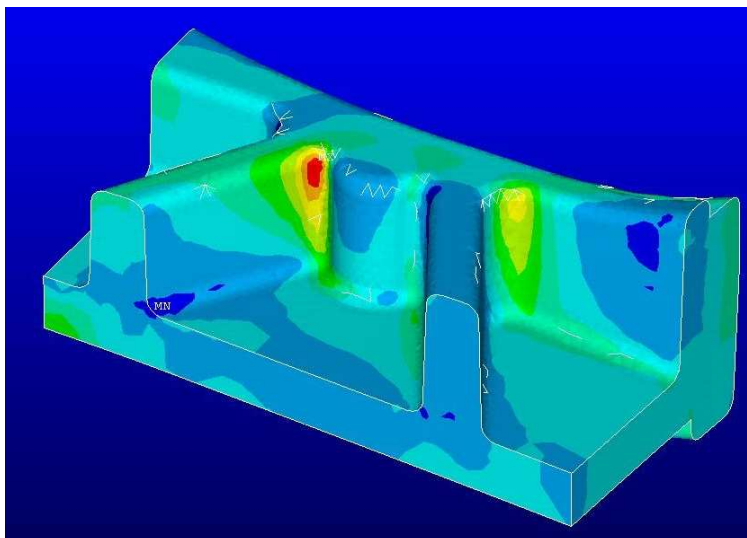
Prevista

Effettiva

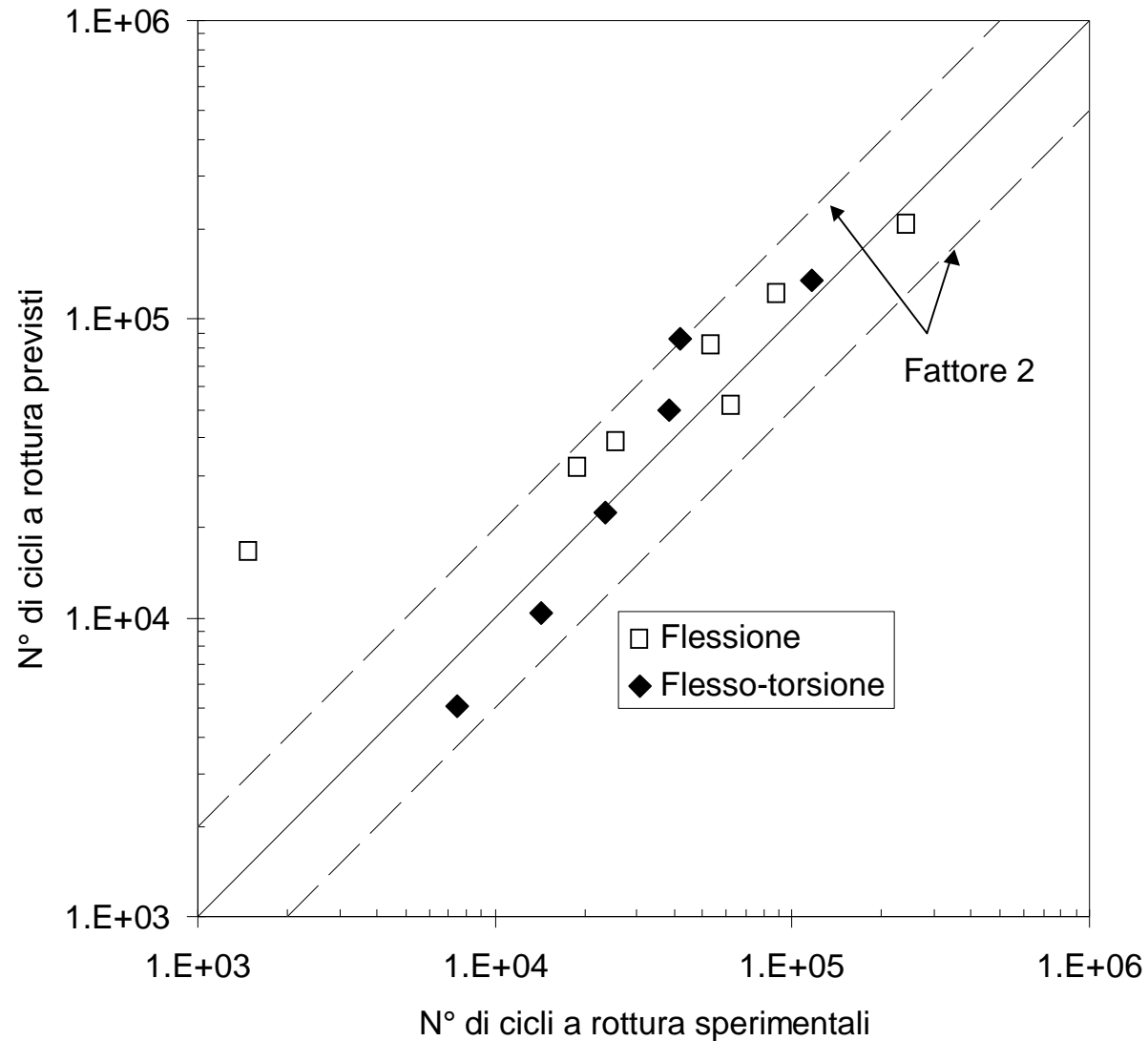
Flessione



Flesso-torsione

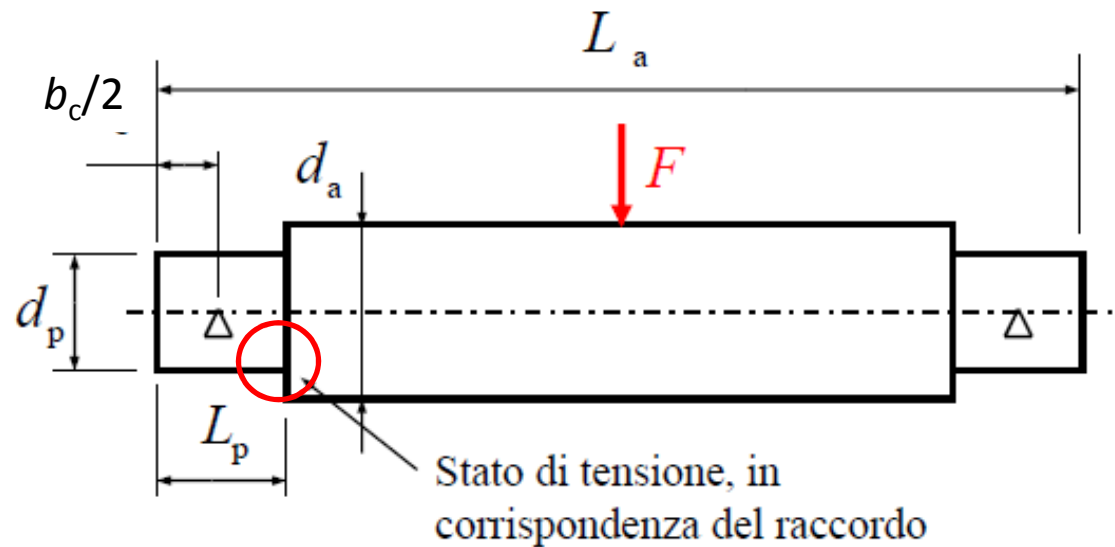


RISULTATI – correlazione con i risultati sperimentali (cicli a rottura)



ANALISI PER SOTTOSTRUTTURE (“submodelling”)

Esempio: Albero inflesso con raccordo



Dati:

$$d_p = 30 \text{ mm}$$

$$d_s = 40 \text{ mm}$$

$$b_c = 20 \text{ mm}$$

$$L_p = 30 \text{ mm}$$

$$L_a = 200 \text{ mm}$$

$$r = 2 \text{ mm}$$

$$F = 5000 \text{ N}$$

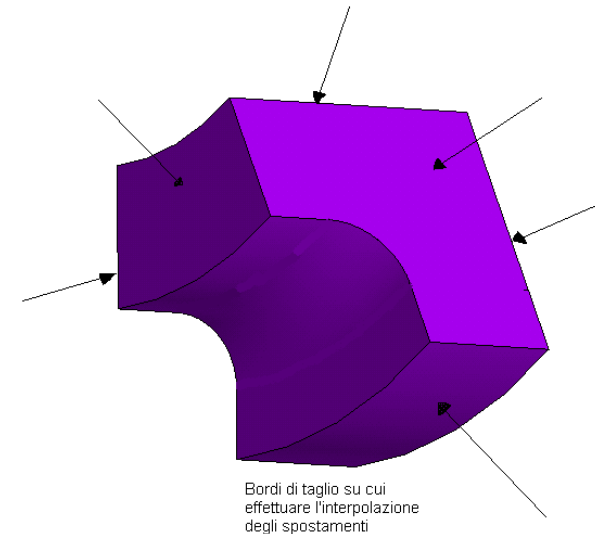
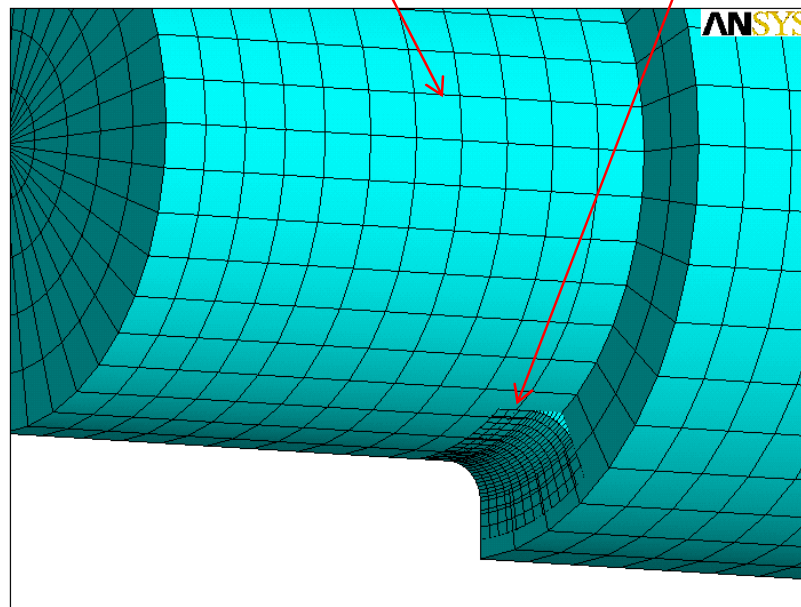
$$\sigma_n = \frac{32M_f}{\pi d_p^3}$$

$$\sigma = kt\sigma_n = 37.5 \text{ MPa}$$

ANALISI PER SOTTOSTRUTTURE (“submodelling”)

Esempio: Albero inflesso con raccordo

1 modello grossolano completo di tutta la struttura +
1 modello di dettaglio =
2 modelli “leggeri”



Superfici di trasferimento
degli spostamenti nel modello di
dettaglio

File di comandi: SOTTOMODELLO_RACCORDO_ALBERO_Solid185

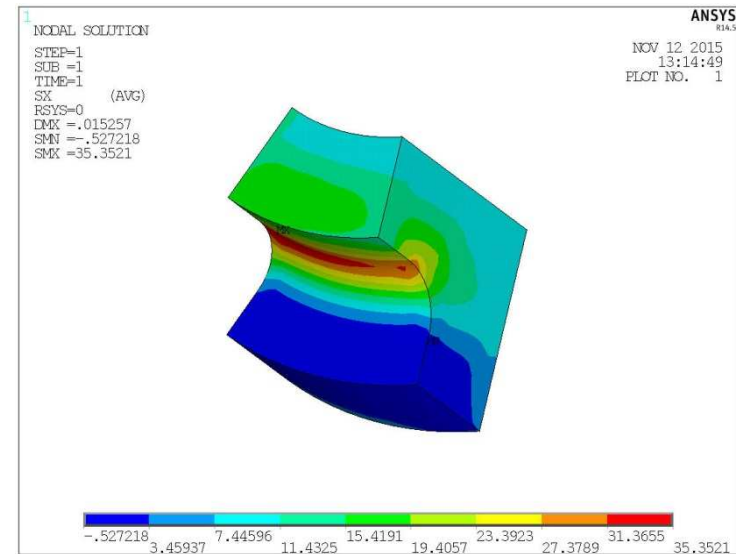
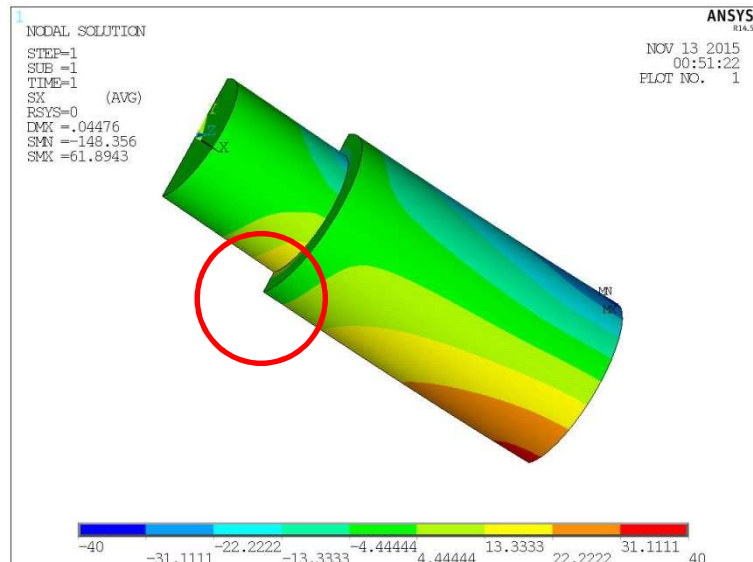
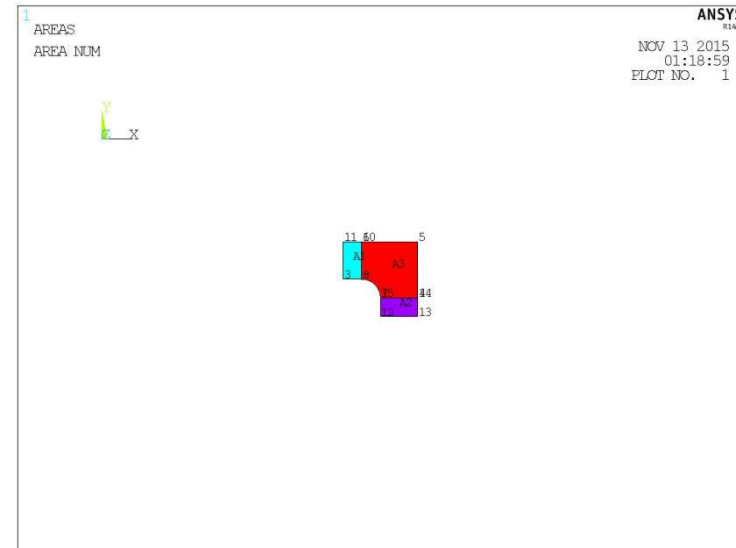
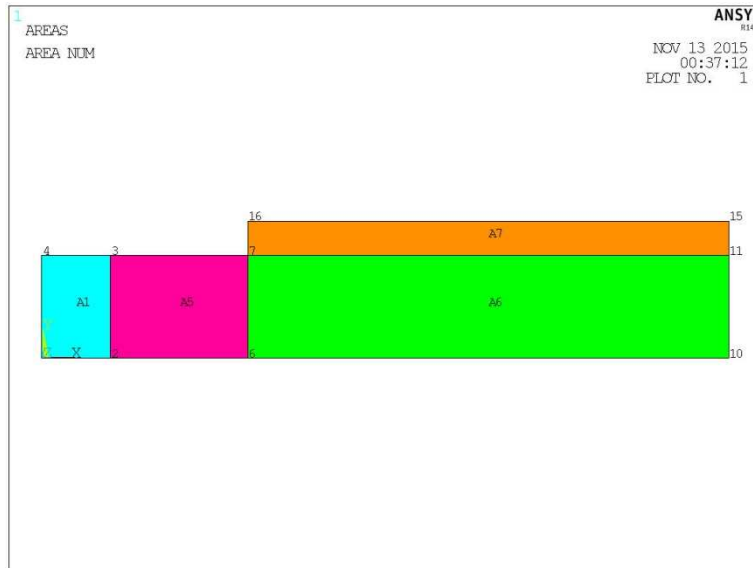


ANALISI PER SOTTOSTRUTTURE (“submodelling”)

PROCEDURA

1. Analizzare e salvare il modello Globale, salvare i parametri
2. Pulire il database (/CLEAR) e cambiare il jobname (/FILENAME) per evitare di sovrascrivere i file
3. Creare il sottomodello Dettaglio. N.B.: la posizione del sottomodello rispetto al riferimento cartesiano globale deve corrispondere alla porzione del modello Globale che si vuole studiare
4. Effettuare l’interpolazione degli spostamenti:
 - a) selezionare i nodi sui bordi del sottomodello e salvarli in un file (NWRITE)
 - b) riselectare tutto e salvare il sottomodello
 - c) richiamare il modello Globale (RESUME)
 - d) effettuare l’interpolazione con il comando CBDOF (*cut-boundary dof*)
5. Riaprire il sottomodello (RESUME), entrare nell’ambiente di soluzione (/solu) e imporre gli spostamenti attraverso la lettura del file *.cbdo* creato precedentemente.
N.B.: Si devono duplicare, sul sottomodello, tutti i carichi o le condizioni al contorno che esistevano sul modello Globale
6. Risolvere il sottomodello ed elaborare i risultati.

ANALISI PER SOTTOSTRUTTURE (“submodelling”)



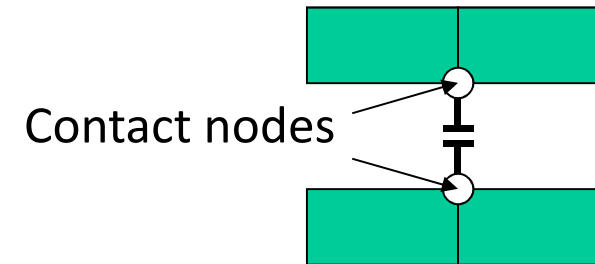
File di comandi: SOTTOMODELLO_RACCORDO_ALBERO_Solid185

ELEMENTI DI CONTATTO

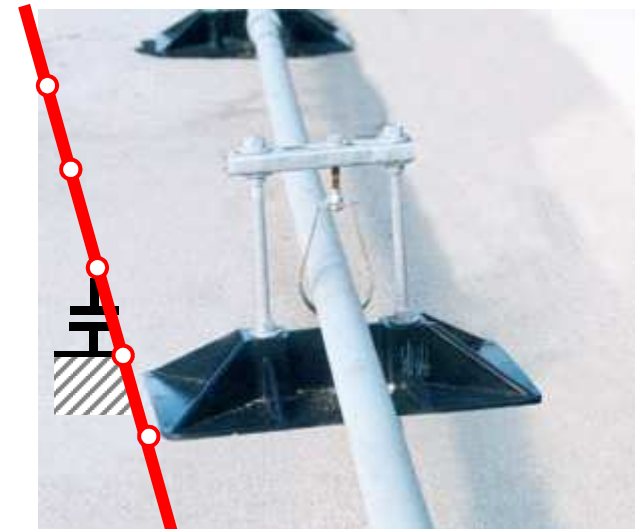
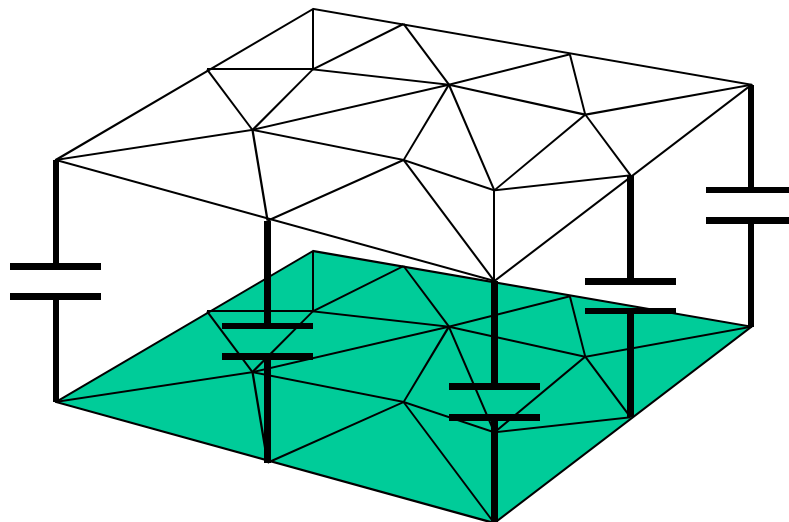
Elementi per analisi:

“NODE-TO-NODE” , “NODE-TO-SURFACE” , “SURFACE-TO-SURFACE”

- Elementi per analisi “node-to-node”

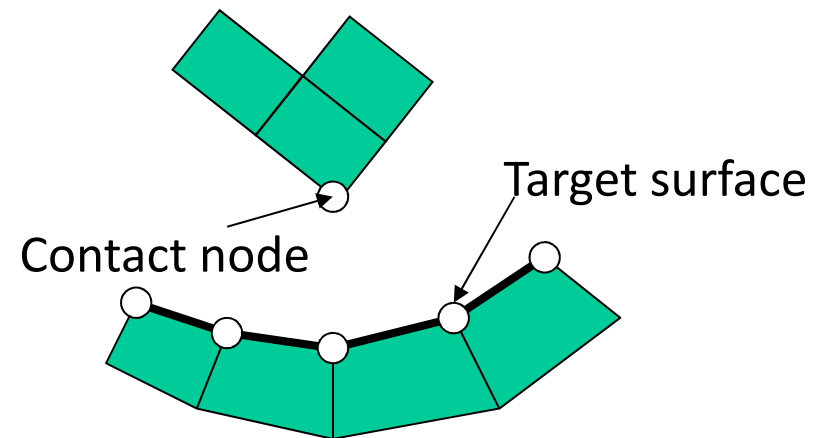


- Richiesta conoscenza preliminare zone di contatto e direzione accostamento
- Permessi **piccoli** spostamenti relativi, in particolare tangenziali
- Uso tipico: contatto tra punti localizzati della struttura (Es.: Pipe hanger)
- Contatto tra superfici: richiede “mesh» uguale

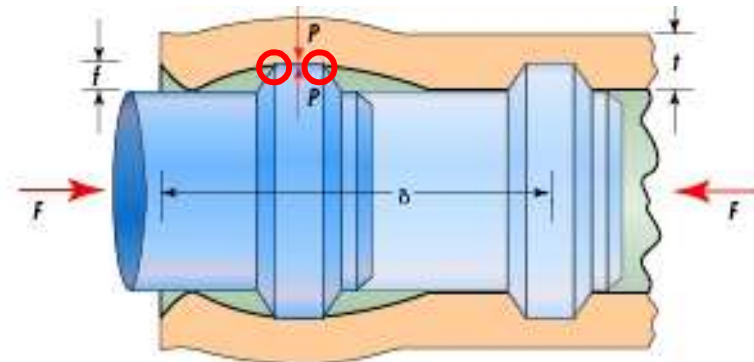


ELEMENTI DI CONTATTO

Elementi per analisi “node-to-surface”

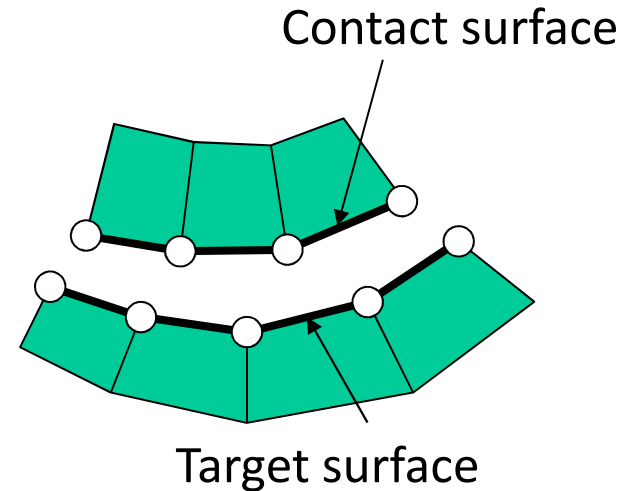


- Non richiesta conoscenza zone contatto e direzione accostamento
- Permessi **grandi** spostamenti relativi, in particolare tangenziali perché la corrispondenza elemento a elemento viene aggiornata ad ogni iterazione della soluzione
- Uso tipico: contatto tra punti localizzati della struttura (Es. spigoli) e superfici (Es.: estremità montaggi “Snap-fit”)
- Possibile anche l’impiego per analisi del contatto tra superfici (in questo caso non è necessario avere uguale “mesh”)



ELEMENTI DI CONTATTO

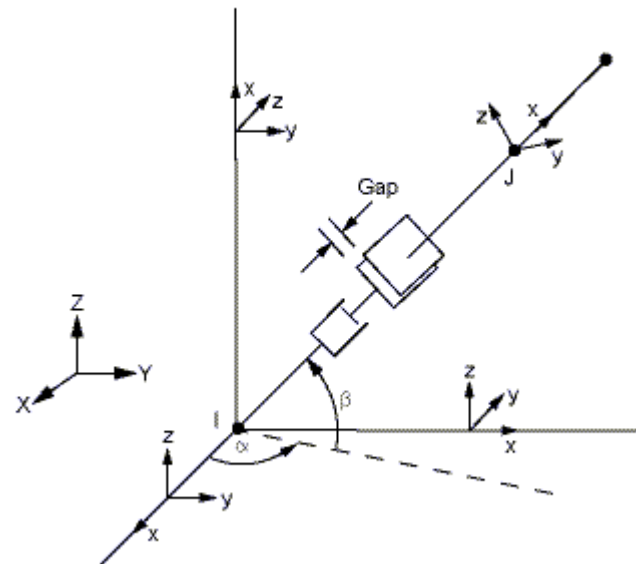
- Elementi per analisi “surface-to-surface”
(connections in Ansys Workbench)



- Non richiesta conoscenza zone contatto e direzione accostamento
- Permessi **grandi** spostamenti relativi, in particolare tangenziali, perché la corrispondenza elemento a elemento viene aggiornata ad ogni iterazione della soluzione
- Non richiede uguale “mesh” tra le due superfici
- Uso tipico: contatto tra superfici, sia di tipo “conforme” che “non conforme”
- Il contatto surface-to-surface di fatto è gestito come node-to-surface, solo che i punti sono interni all’elemento **contact** invece che essere i nodi
- È preferibile applicare i target sulla superficie più rigida e/o con curvature minori (es. piano rigido)

ELEMENTI DI CONTATTO node-to-node

Figure 178.1: CONTA178 Geometry



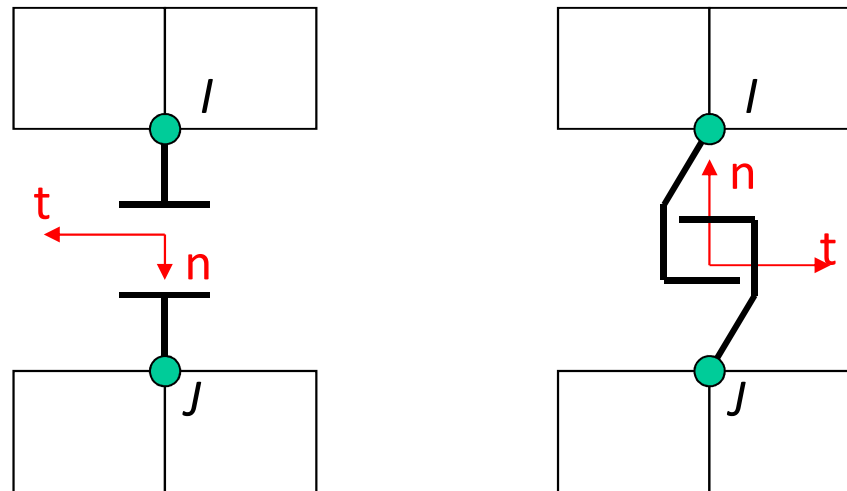
Contatto tra corpi

- 2 nodi
- 2 (3) g.d.l /nodo
- consentono di rappresentare gioco ed interferenza

ELEMENTI DI CONTATTO node-to-node

E' necessario porre attenzione al verso degli spostamenti del nodo J rispetto a nodo I che determinano l'apertura del "GAP".

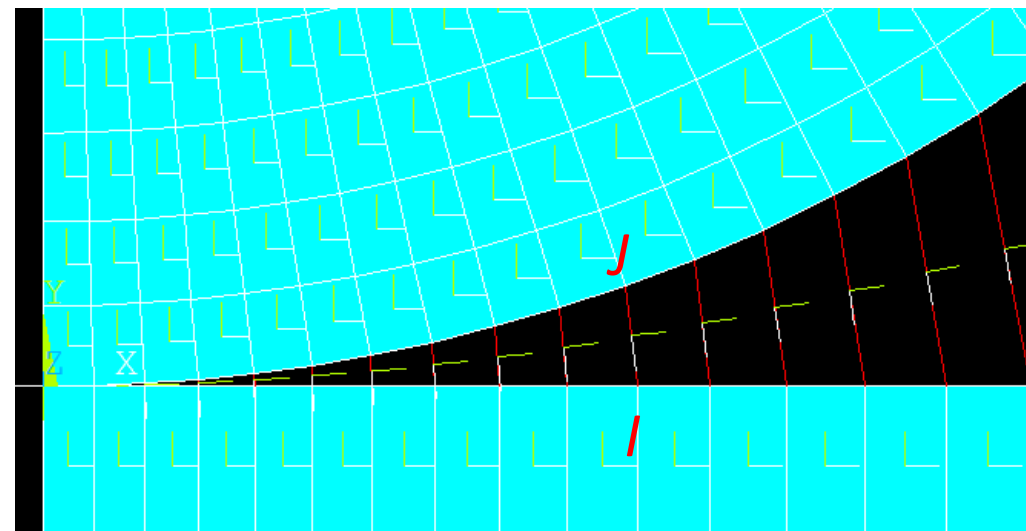
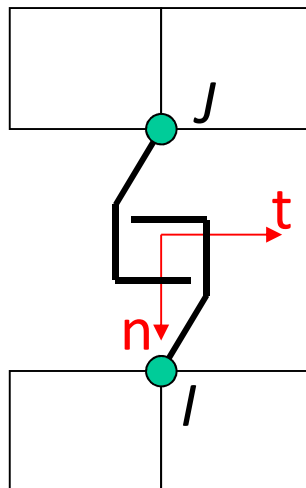
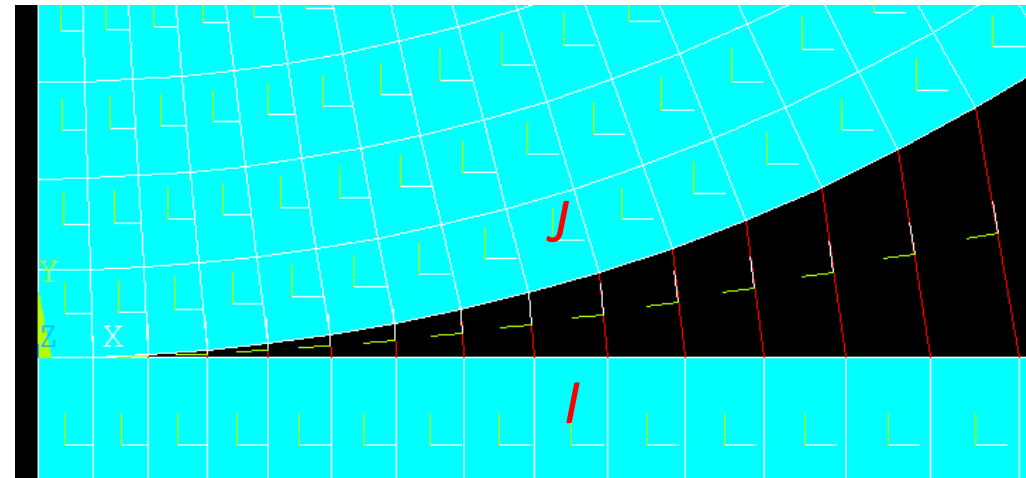
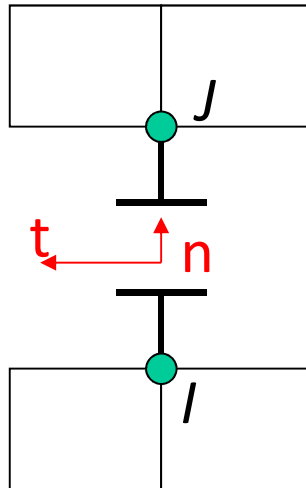
- Per elementi "node-to-node", tale verso è dato da quello dell'asse "n" del sistema di riferimento locale, che può essere definito da:
 - Posizione dei nodi (da I a J, solo se non coincidenti)
 - Direzione fissata dall'utente (indispensabile per nodi coincidenti)



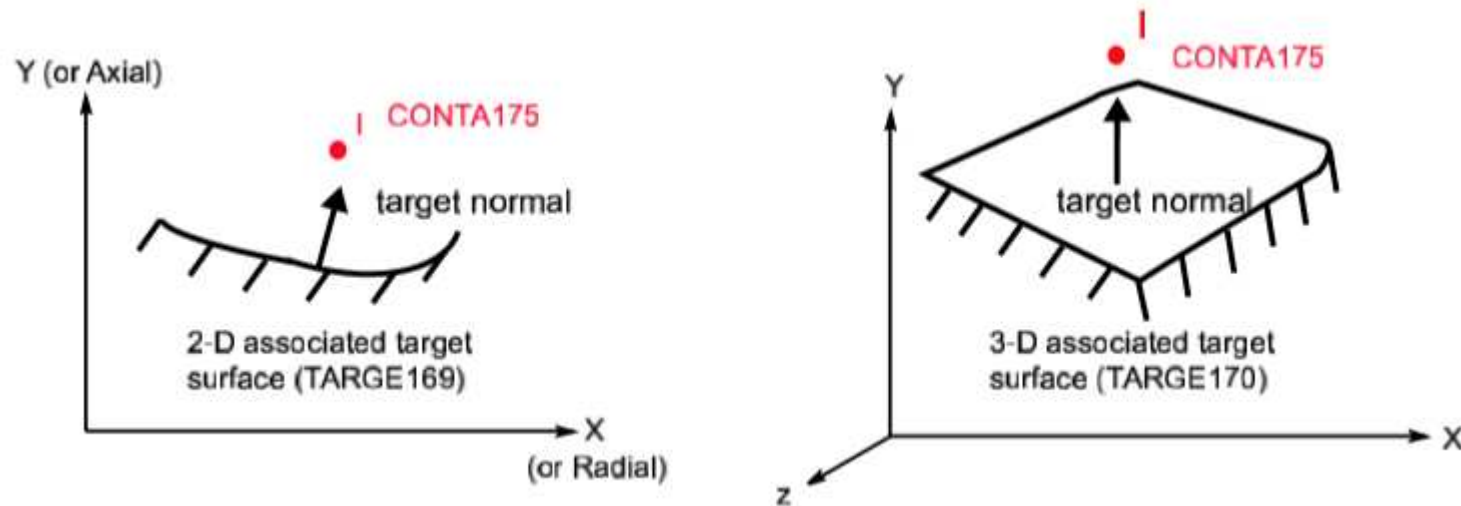
Invertendo la direzione di "n" si trasforma il "gap" in un "gancio" (Es. Pipe (I) hanger (J) → Pipe (J) hanger (I))

ELEMENTI DI CONTATTO node-to-node

E' possibile controllare la direzione effettiva di apertura dei GAP facendo visualizzare i SR degli elementi (PltCtrls->Symbols)



ELEMENTI DI CONTATTO node-to-surface



Contatto tra corpi: elementi contact associati a elementi target

- 2D/3D: *conta175* - punto
- 2D: *targe169*, 3D: *targe 170*

ELEMENTI DI CONTATTO surface-to-surface

Figure 171.1: CONTA171 Geometry

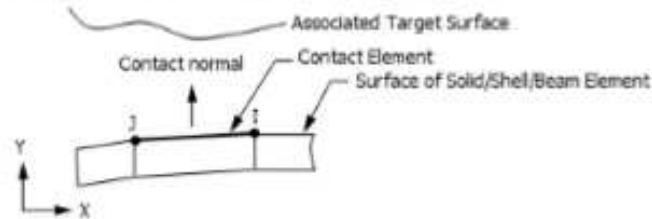


Figure 172.1: CONTA172 Geometry

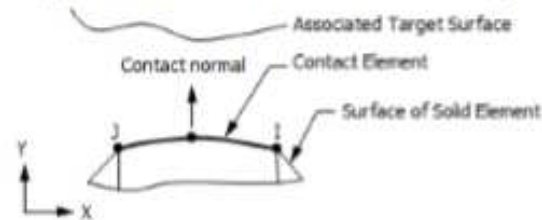


Figure 173.1: CONTA173 Geometry

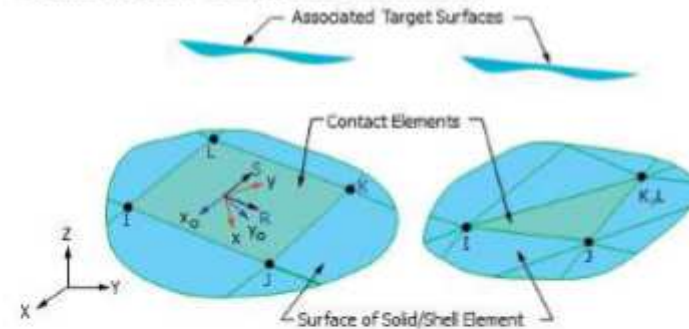
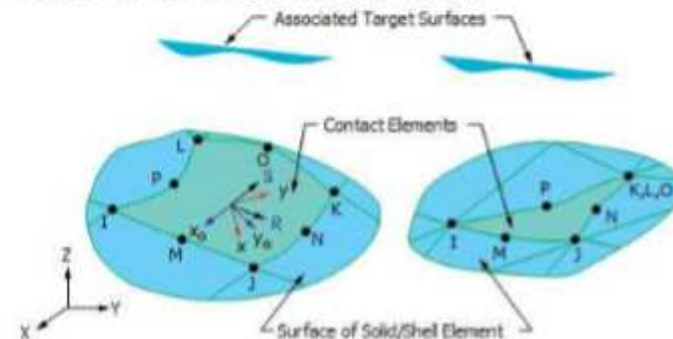


Figure 174.1: CONTA174 Geometry



Contatto tra corpi: elementi contact associati a elementi target

- 2D: conta171/172 a 2/3 nodi
- 3D: conta173 e 174 a 4/3 e 8/6 nodi
- 2D: targe169, 3D: targe 170

ELEMENTI DI CONTATTO node-to-surface e surface-to-surface

Figure 169.1: TARGE169 Geometry

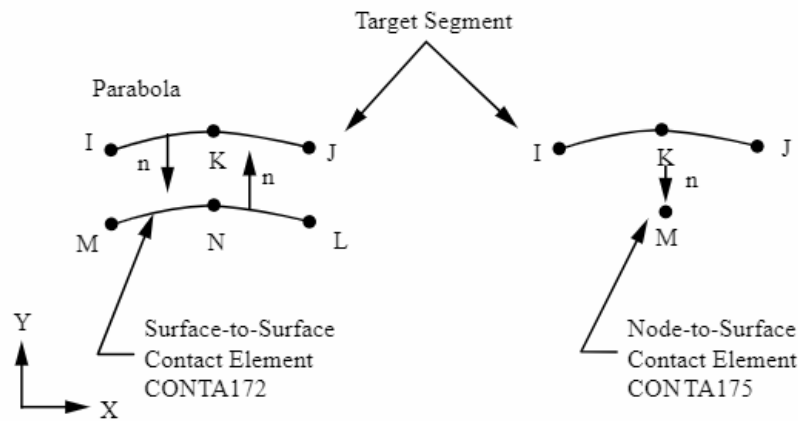
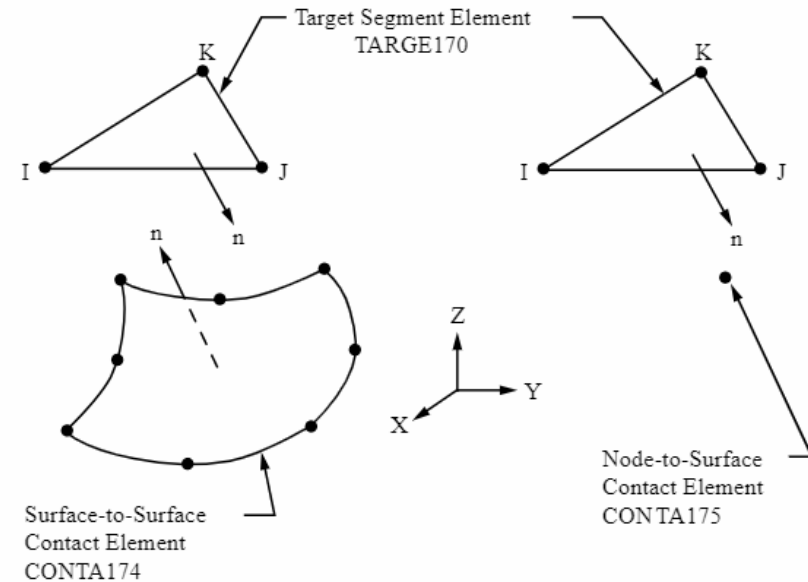


Figure 170.1: TARGE170 Geometry



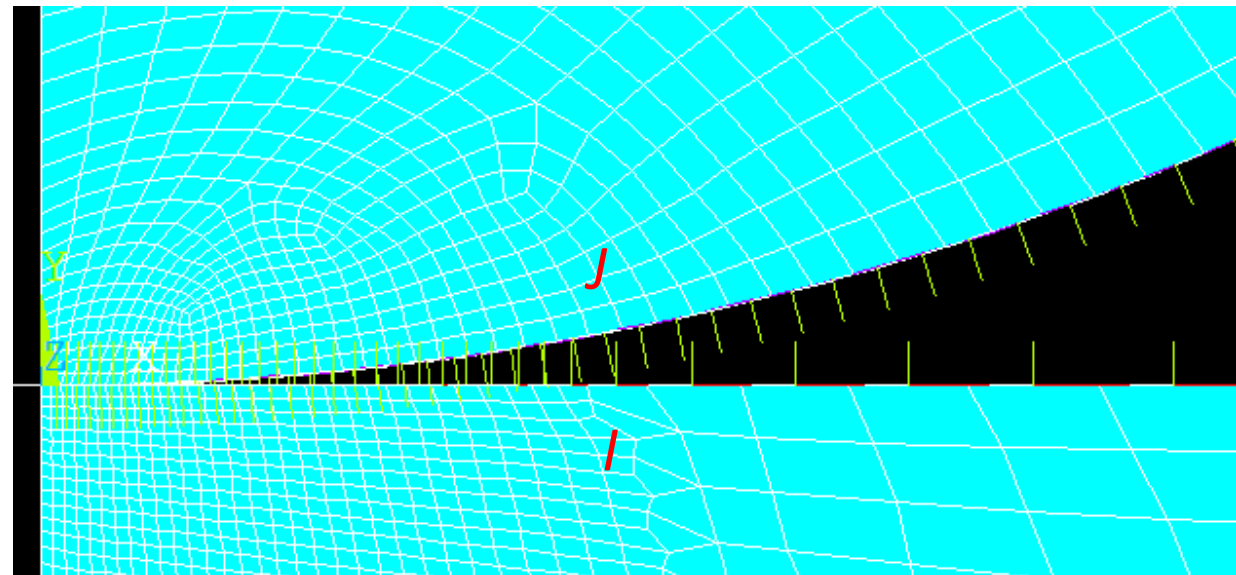
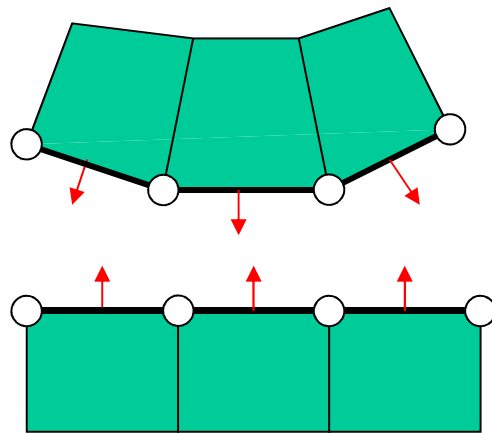
Contatto tra corpi: elementi contact associati a elementi target

- 2D: targe169 – superficie con o senza nodi a metà lato
- 3D: targe 170 – superficie con o senza nodi a metà lato

ELEMENTI DI CONTATTO node-to-surface e surface-to-surface

E' necessario porre attenzione al verso degli spostamenti del nodo J rispetto a nodo I che determinano l'apertura del "GAP".

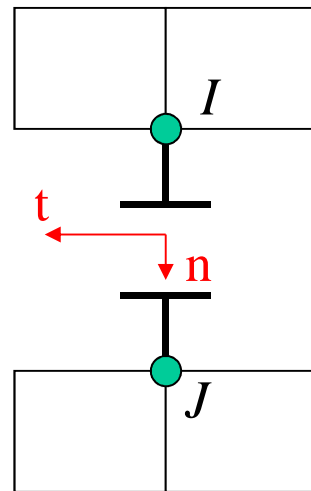
- Per elementi "surface-to-surface" o "node-to-surface" il verso è dato dalla normale esterna alla superficie su cui i "gap" vengono costruiti



ELEMENTI DI CONTATTO - parametri

Gli elementi di contatto sono tipicamente caratterizzati da:

- direzione di accostamento “n” (uno spostamento positivo di J rispetto ad I in direzione n “apre” il “gap”, viceversa genera contatto)
- gioco (o interferenza iniziale) “g”
- rigidità di contatto normale “ k_n ”
- rigidità di contatto tangenziale “ k_t ”
- coefficiente di attrito “ μ ”



interferenza

gioco

$A \tan(k_n)$

$u_{n,J} - u_{n,I} + g$

$A \tan(k_t)$

spost. relativo tangenziale

μF_n

F_t

$-\mu F_n$

ELEMENTI DI CONTATTO

3-D Surface-to-Surface Contact

TARGE170 Input Summary

Nodes

I, J, K, L, M, N, O, P (J - P are not required for all segment types)

Degrees of Freedom

UX, UY, UZ, TEMP, VOLT, MAG (ROTX, ROTY, ROTZ for pilot nodes only)

Real Constants

R1, R2, [the others are defined through the associated [CONTA173](#), [CONTA174](#), [CONTA175](#), [CONTA176](#), or [CONTA177](#) elements]

eventuali raggi di contatto

CONTA173 Input Summary

Nodes

I, J, K, L

Degrees of Freedom

UX, UY, UZ (if KEYOPT(1) = 0)

.....

Real Constants

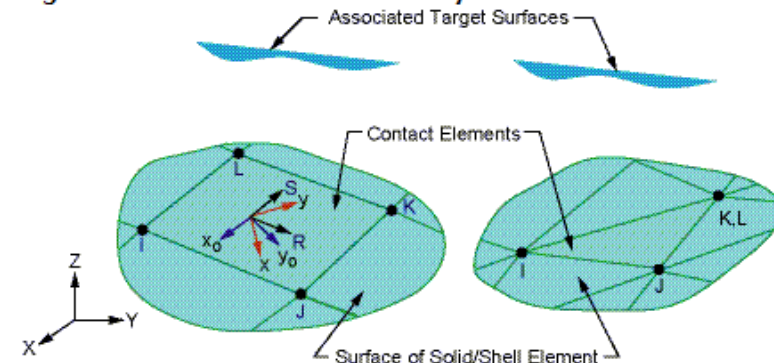
R1, R2, FKN, FTOLN, ICONT, PINB,

.....

parametri geometrici
eventuali raggi di contatto

parametri contatto (rigidezza di
contatto, tolleranza interferenza,
zona influenza...)

Figure 173.1: CONTA173 Geometry



KEYOPT (12)

Behavior of contact surface:

- 0 -- Standard (unilaterale)
- 1 -- Rough (coeff.attrito infinito)
- 2 -- No separation (sliding permitted)
- 3 -- Bonded
- 4 -- No separation (always)
- 5 -- Bonded (always)
- 6 -- Bonded (initial contact)

ELEMENTI DI CONTATTO - inserimento

Il programma ANSYS mette a disposizione alcuni comandi per una introduzione facilitata degli elementi “GAP”:

- EINTF, *TOLER, K, TLAB, KCN, DX, DY, DZ, KNONROT*

Introduce
elementi tra
coppie di nodi
coincidenti o
molto vicini

Max. distanza
tra nodi

Ordinamento nodi:

- LOW (generazione da nodo n minore)
- HIGH (generazione da nodo n maggiore)
- REVE (inverte orientamento)

ELEMENTI DI CONTATTO - inserimento

Il programma ANSYS mette a disposizione alcuni comandi per una introduzione facilitata degli elementi “GAP”:

- EINTF, TOLER, K, TLAB, KCN, DX, DY, DZ, KNONROT
- ESURF, XNODE, Tlab, Shape

Introduce elementi sulle superfici esterne di gruppi di elementi già esistenti (solidi, gusci, travi). Le superfici sono definite dai nodi selezionati.

Direzione della normale positiva per elementi shell e beam:

- TOP (n. positiva)
- BOTTOM (n.opposta a quella degli elementi sottostanti)
- REVERSE (inverte direzione di elementi contact esistenti)

Forma:

- “_” come elementi sottostanti
- TRI triangoli

ELEMENTI DI CONTATTO – processo di calcolo iterativo

Inizializzazione

- $n=1$
- distribuzione iniziale di “gap” aperti e chiusi

Assemblaggio di $[K]_i$

- “gap” chiusi: $u_{nJ} - u_{nI} + g < 0$
- “gap” aperti: u_{nJ} e u_{nI} indep.

Calcolo soluzione:

$$F_n \text{ (chiusi),}$$

$$\delta_n = u_{nJ} - u_{nI} - g \text{ (aperti)}$$

$$F_n < 0? \delta_n > 0?$$

si

no

Registrazione
anomalia*

Convergenza?

si

Fine

no

A convergenza il rapporto della variazione di forza di contatto, dall'iterazione n a $n+1$ rispetto alla forza risultante deve essere < 0.001

- $n=n+1$
- revisione “gap”

** forza normale di trazione sui contatti chiusi, spostamento relativo negativo sui contatti aperti.*



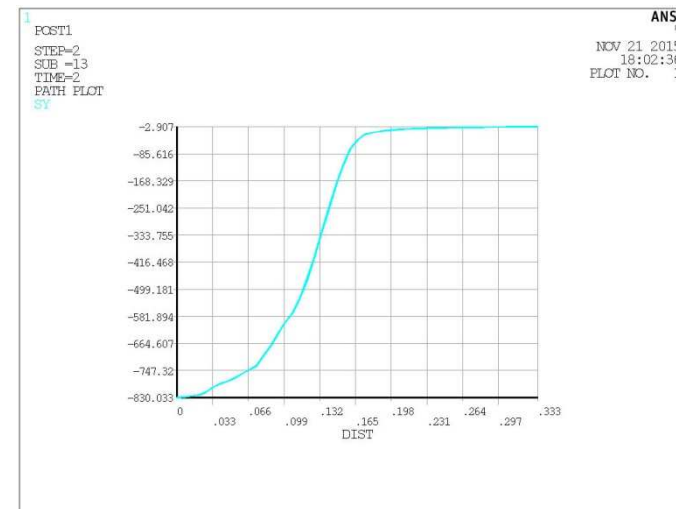
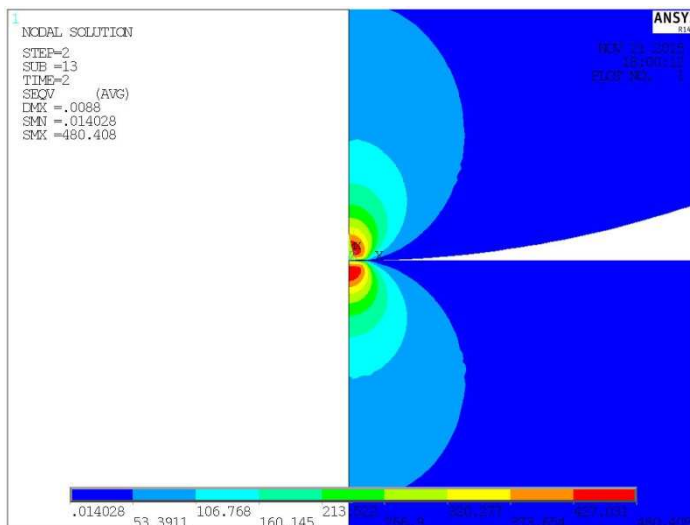
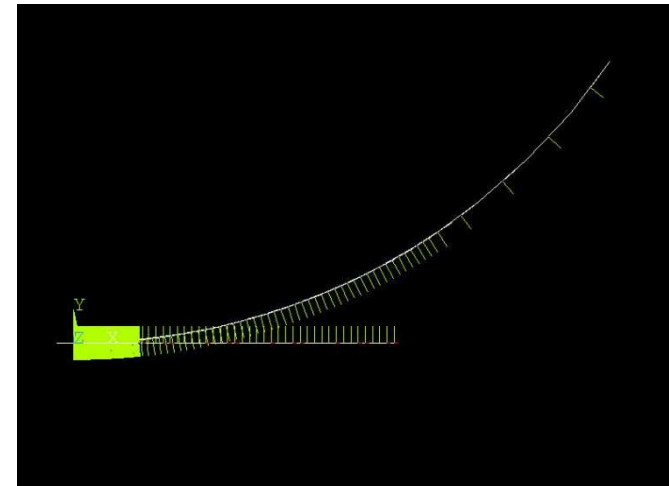
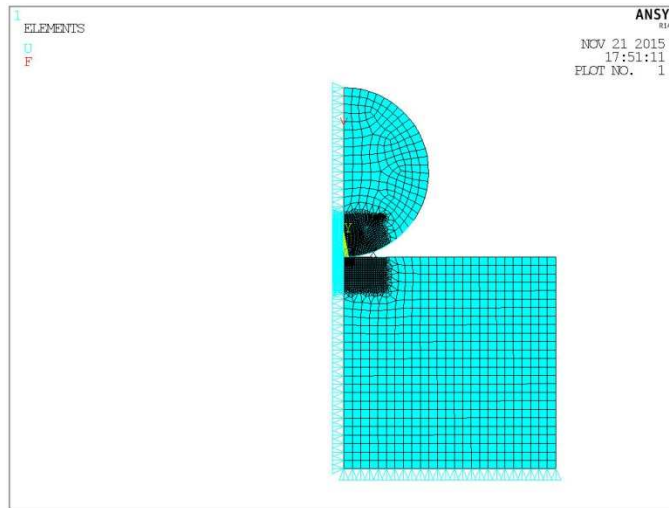
ELEMENTI DI CONTATTO - osservazioni

- Se l'area di contatto è nota a priori (contatto conforme) è conveniente sostituire gli elementi "gap" con vincoli di dipendenza mantenendo l'analisi lineare.
- Gli elementi che rappresentano le superfici a contatto devono essere piccoli rispetto alle dimensioni attese dell'area di contatto, in modo da consentire una rappresentazione accurata di quest'ultima.

ELEMENTI DI CONTATTO - applicazioni

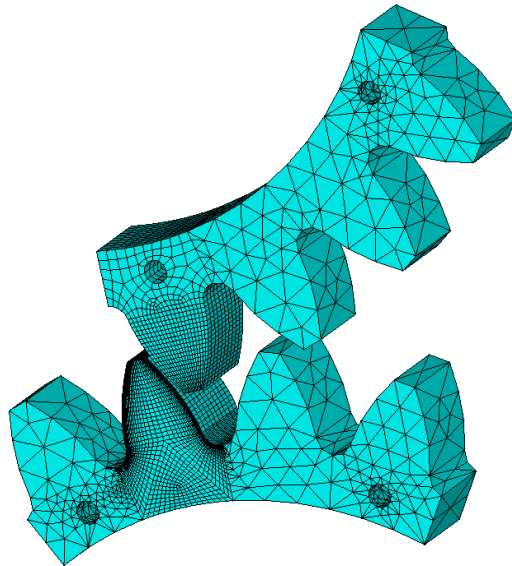
ESEMPIO: contatto cilindro-piano

File di comandi:
 CILINDRO_PIANO_conta182target169



ELEMENTI DI CONTATTO - applicazioni

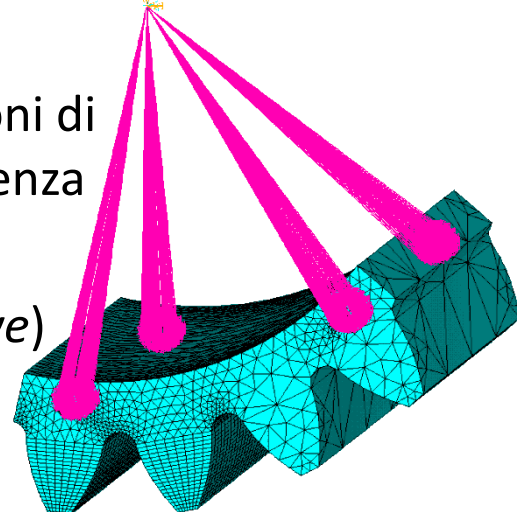
ESEMPIO: ingranaggi



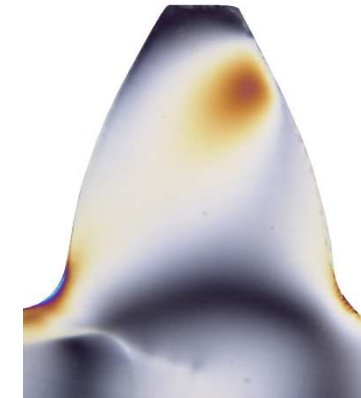
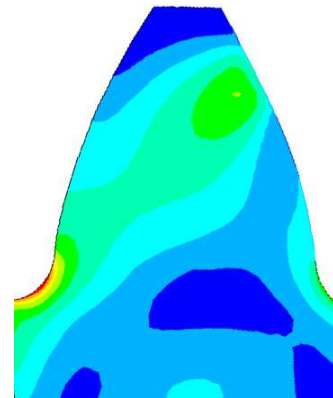
nodo *master*

equazioni di
dipendenza

nodi *slave*)



		Pignone	Pignone
Nodi		27005	
Elementi	SOLID45	21520	
	SOLID72	8865	
	CONTA174	200	
	TARGE170		200



Differenza delle tensioni principali, da analisi FEM e corrispondenti frange isocromatiche ottenute mediante analisi fotoelastica.