Compito di Meccanica dei Robot – 3 Luglio 2012

1) La Figura 1 mostra lo schema cinematico del manipolatore del DLR. Tale manipolatore è dotato di sette giunti R con assi a due a due ortogonali ed incidenti. (i) Dopo aver enunciato i passi fondamentali per applicare la convenzione di Denavit-Hartenberg alla parametrizzazione di una catena cinematica seriale generica, la si applichi alla parametrizzazione del robot in Figura. In particolare: (ii) si disegni lo schema cinematico del robot in una configurazione di riferimento scelta a piacere; (iii) si rappresentino, nella stessa configurazione, i sistemi di riferimento solidali ai vari link riportando sul disegno le grandezze di interesse; (iv) si scriva la tabella di Denavit-Hartenberg per il robot, facendo particolare attenzione ad indicare anche i necessari offset angolari/traslazionali. (v) Si dimostri come ricavare la struttura del Jacobiano trasposto seguendo l'approccio statico; (vi) si ricavi l'espressione simbolica del Jacobiano (o del suo trasposto) nella sola configurazione di riferimento inizialmente scelta.

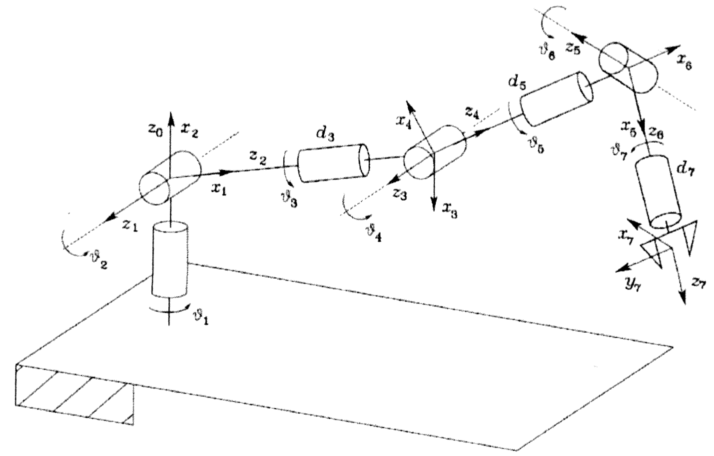


Figura 1: Schema cinematico del manipolatore del DLR.

2) Con riferimento alla Figura 2 e considerando contatti ideali senza attrito, si discuta la capacità dell'attrezzatura Body 1, nella configurazione rappresentata, di impedire il movimento del Body 2. (Le normali n nei contatti non sono necessariamente ortogonali all'asse r).

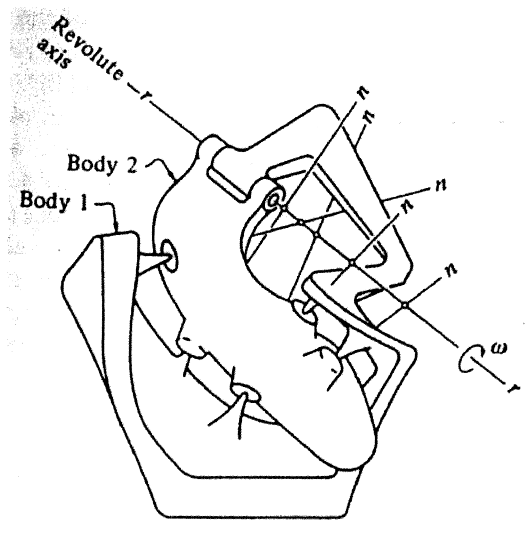
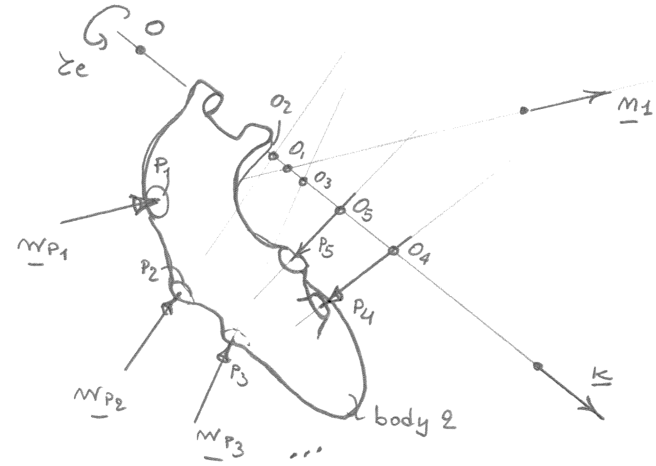


Figura 2: Seriale 1R in contatto con l'ambiente.

Soluzione dell'esercizio 2)



Si considera il body 2 come un end-effector di un seriale molto semplice poiché ad un solo g.d.l. Tale end-effector è infatti l'unico link di una catena cinematica seriale ad una sola coppia rotoidale di asse di versore $\underline{k}$. Su tale e-e agiscono i 5 wrench $\underline{w}_{P_i}$ $(i=1,\dots,5)$ costituiti da 5 forze pure. Se consideriamo l'equilibrio del body 2 soggetto ad una coppia esterna $\tau_e \in \mathbb{R}$ attorno all'asse della cerniera ed all'azione dei vari wrench si può scrivere

$$\tau_e + \sum_{i=1}^{5} J_{P_i}^T \underline{w}_{P_i} = 0 \quad \in \mathbb{R}$$

n.b. questo è l'equilibrio alla rotazione di body 2, quindi è una unica equazione scalare.

J_{P_i} è il Jacobiano (singola colonna) che descrive atto di moto di body 2 scritto rispetto al punto P_i

es. scegliendo come punto sull'asse O si ha

$$J_{P_i} = \begin{bmatrix} \underline{k} \times \underline{OP_i} \\ \underline{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{k} \times (\underline{OO_i} + \underline{O_iP_i}) \\ \underline{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{k} \times \underline{O_iP_i} \\ \underline{k} \end{bmatrix} \quad \text{poiché } \underline{k} \,/\!/\, \underline{OO_i} \;\; \forall i$$

La $\underline{w}_{P_i}$ generica invece è

$$\underline{w}_{P_i} = \begin{bmatrix} F_{P_i} \\ \underline{M}_{P_i} \end{bmatrix} = \text{essendo forza pura} = \begin{bmatrix} F_{P_i} \\ \underline{0} \end{bmatrix} = \text{essendo diretta come } \underline{n}_i = \begin{bmatrix} F_{P_i}\, \underline{n}_i \\ \underline{0} \end{bmatrix}$$

dove $\underline{n}_i$ è versore della normale al contatto e F_{P_i} è modulo con segno della forza (ovviam. alla fine $F_{P_i}\underline{n}_i$ è diretta verso l'interno di body 2)

Allora il generico contributo della forza di contatto risulta

$$J_{P_i}^T \underline{w}_{P_i} = \left[(\underline{k} \times \underline{O_iP_i})^T \;\; \underline{k}^T \right] \begin{bmatrix} F_{P_i}\, \underline{n}_i \\ \underline{0} \end{bmatrix} = (\underline{k} \times \underline{O_iP_i})^T \underline{n}_i\, F_{P_i} \equiv 0$$

poiché $\underline{n}_i \,/\!/\, \underline{O_iP_i}$ e $(\underline{k} \times \underline{O_iP_i})$ è perpendicolare a $\underline{O_iP_i}$

Ciò significa che il contributo di ciascuna delle forze di contatto è nullo rispetto all'equilibrio alla rotazione del body 2 attorno alla cerniera. Dunque si deve avere $\tau_e = 0$. Ovviamente se $\tau_e \neq 0$ l'equazione precedente è impossibile ed infatti non si può avere equilibrio statico ma si dovrà passare a considerare l'equilibrio dinamico.

Dunque il sistema di contatto nei punti $P_1, \dots, P_5$ <u>non crea nessun tipo di vincolo</u> in corrispondenza della config. di figura (quindi istantaneamente) ed una coppia che cerca di far muovere il body 2 non viene in alcun modo contrastata.