COSTRUZIONI DI APPARECCHIATURE CHIMICHE
Esame del 06/07/2011

Esercizio

La piastra circolare in figura 1a), di spessore $h = 12\text{mm}$ in lega leggera ($E = 76\text{GPa}$, ν=0.3, $\sigma_{am} = 250\text{MPa}$), è appoggiata sul bordo esterno e sollecitata da un momento uniformemente distribuito sul contorno M_0 che determina un coefficiente di sicurezza a resistenza pari a 2 .

a) Tracciare l'andamento quotato delle caratteristiche di sollecitazione flessionali nella piastra.
b) Determinare il valore della freccia massima.

Come mostrato in figura 1b), la piastra viene successivamente lavorata simmetricamente in modo che il suo spessore nella zona centrale risulta dimezzato.

c) Impostare il sistema risolvente che permette di valutare il valore della freccia massima prodotta con lo stesso carico.

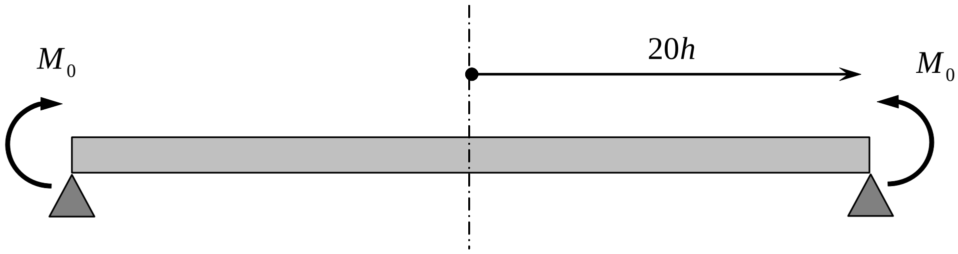


Figura 1a)

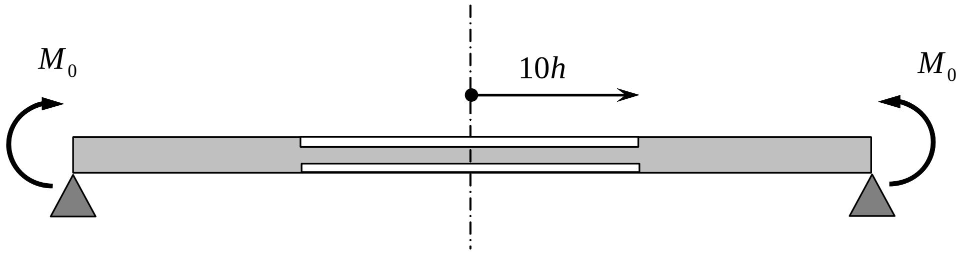
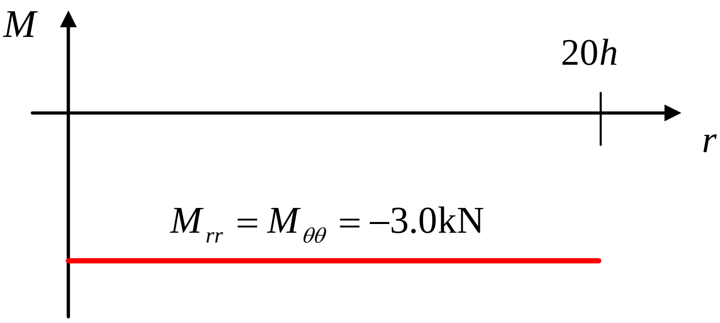


Figura 1b)

Risposta a)

La piastra è uniformemente sollecitata con:
$M_{rr} = M_{\theta\theta} = -M_0$
lo stato di tensione massimo è equibiassiale per cui:
$\sigma_{eq,max} = M_0 \dfrac{6}{h^2}$
da cui:
$M_0 = 3kN$



Risposta b)

La piastra si deforma come una calotta sferica di curvatura

$$k_{rr} = k_{\theta\theta} = -DM_0 (1+\nu)$$

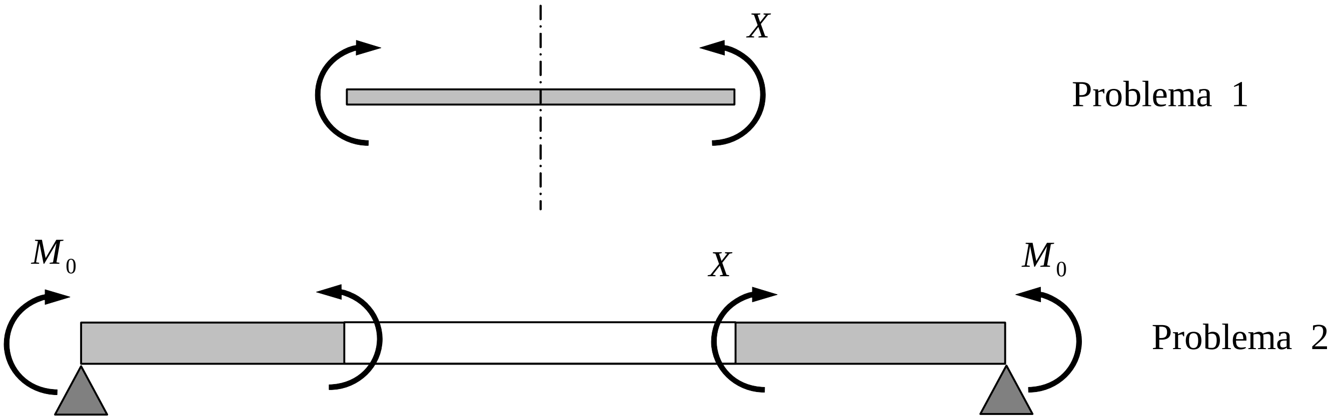
la freccia massima (nel centro) vale quindi:

$$\delta = \frac{1}{2} k_{rr} (20h)^2 = -9.34\,\mathrm{mm}$$

negativa perché verso il basso.

Risposta c)

È necessario dividere il problema in due (per la discontinuità dello spessore):



e lo spostamento è espresso da;

$$w(r) = \begin{vmatrix} w_1(r) & \text{per } r < 10h \\ w_2(r) & \text{per } r > 10h \end{vmatrix}$$

Dato che per entrambi i problemi il taglio è nullo:

$$w_1(r) = \frac{c_{11}}{4} r^2 + c_{21} \ln\left(\frac{r}{10h}\right) + c_{31}$$

$$w_2(r) = \frac{c_{12}}{4} r^2 + c_{22} \ln\left(\frac{r}{20h}\right) + c_{32}$$

Le 6 C.C. necessarie sono:

$$\begin{cases} c_{21} = 0 \\ w_1(10h) = w_2(10h) \\ \dfrac{dw_1}{dr}(10h) = \dfrac{dw_2}{dr}(10h) \\ w_2(20h) = 0 \\ M_{1rr}(10h) = M_{2rr}(10h) \\ M_{2rr}(20h) = -M_0 \end{cases}$$

dove:

$$M_{1rr} = -D_1 \cdot \left(\frac{d^2 w_1}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{dw_1}{dr} \right) \text{ e } M_{2rr} = -D_2 \cdot \left(\frac{d^2 w_2}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{dw_2}{dr} \right)$$

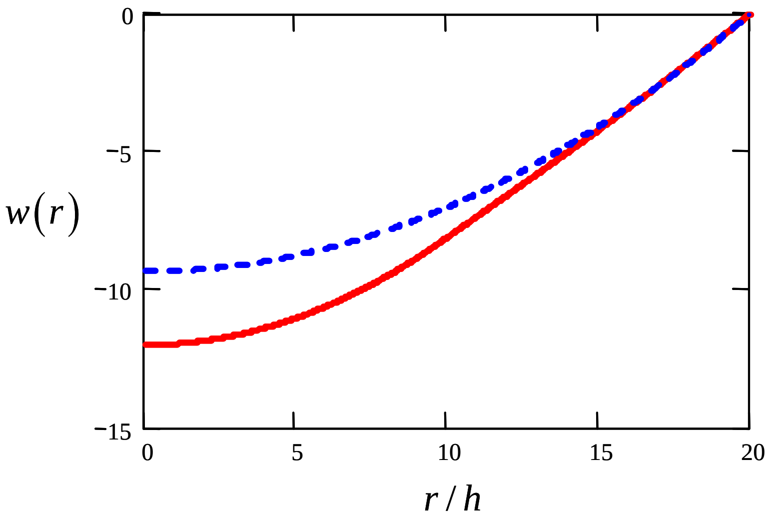
in cui:

$$D_1 = \frac{E\left(\frac{h}{2}\right)^3}{12(1-\nu^2)}; \quad D_2 = D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

La soluzione numerica (non richiesta) è:

$\delta = -12.0\,\text{mm}$

Andamento della deformata nei due casi (non richiesta).



ESERCIZIO 2

Una lastra incastrata agli estremi mostrata in Fig. 2.1, reca al bordo esterno una fessura passante di dimensione *"a"*.
Se la lastra, che viene montata alla temperatura di 20°C (alla quale risulta priva di tensioni) subisce un raffreddamento fino a -80 °C, si chiede di condurre la verifica di integrità.

Dati:

s = 10 mm	spessore lastra
W = 800 mm	dimensione lastra
L_0 = 3000 mm	lunghezza lastra
a = 15 mm	dimensione frattura
E = 220000 MPa	modulo Young materiale lastra a -80 °C
σ_s = 350 MPa	tensione di snervamento materiale lastra a -80 °C
$\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}	coefficiente di dilatazione termica materiale lastra
K_{IC} = 45 MPa·√m	tenacità materiale lastra a -80 °C
β = 1.12	coefficiente per calcolo fattore intensificazione sforzi

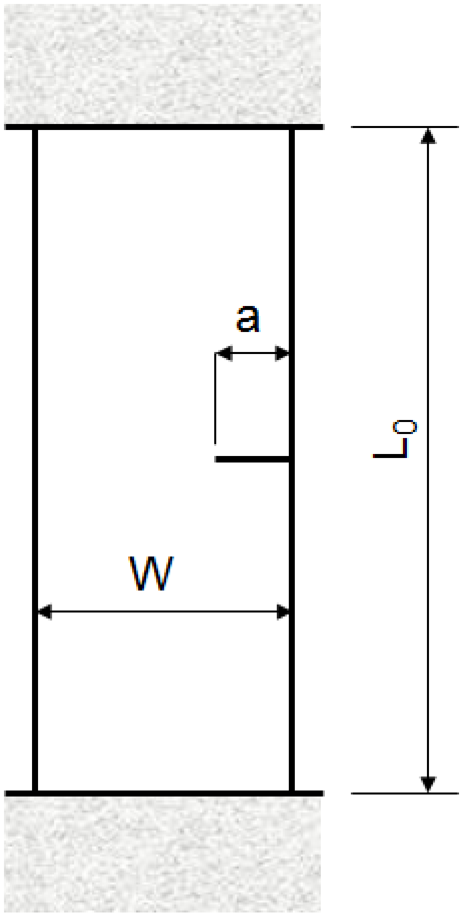


Fig. 2.1

$s_0 := 10 \cdot mm$ $\quad \alpha := 1.2 \cdot 10^{-5}$ $\quad E_y := 220000 \cdot MPa$

$a_1 := 15 \cdot mm$ $\quad \Delta T := 100$ $\quad \sigma_s := 350 \cdot MPa$

$\beta := 1.12$ $\quad K_{IC} := 45 \cdot MPa \cdot \sqrt{m}$ $\quad W_0 := 800 \cdot mm$

$$\sigma_{nom} := \alpha \cdot E_y \cdot \Delta T = 264 \cdot MPa$$ Tensione nominale

Verifica frattura fragile

$$K_I := \sigma_{nom} \cdot \beta \cdot \sqrt{\pi \cdot a_1} = 64.186 \cdot MPa \cdot \sqrt{m} \quad > \quad K_{IC} = 45 \cdot MPa \cdot \sqrt{m}$$ NO

Verifica collasso plastico

$$\sigma_{nom} = 264 \cdot MPa \quad < \quad \sigma_{nomC} := \frac{\sigma_s \cdot (W_0 - a_1)}{W_0} = 343.438 \cdot MPa$$ OK

ESERCIZIO 3

La trave mostrata in Fig. 3.1 è incastrata ad un estremo e caricata su tutta la sua lunghezza con un carico distribuito p.
La trave presenta una saldatura longitudinale a piena penetrazione, della quale si chiede di condurre la verifica di resistenza.

Dati

s = 4 mm	spessore lamiera
H = 200 mm	altezza profilato
B = 120 mm	larghezza profilato
L_1 = 2 m	lunghezza primo tratto trave
L_2 = 0.8 m	lunghezza secondo tratto trave
p = 13 N/mm	carico distribuito verticale
σ_{amm} = 430 MPa	tensione ammissibile materiale trave
f_W = 0.85	efficienza saldatura

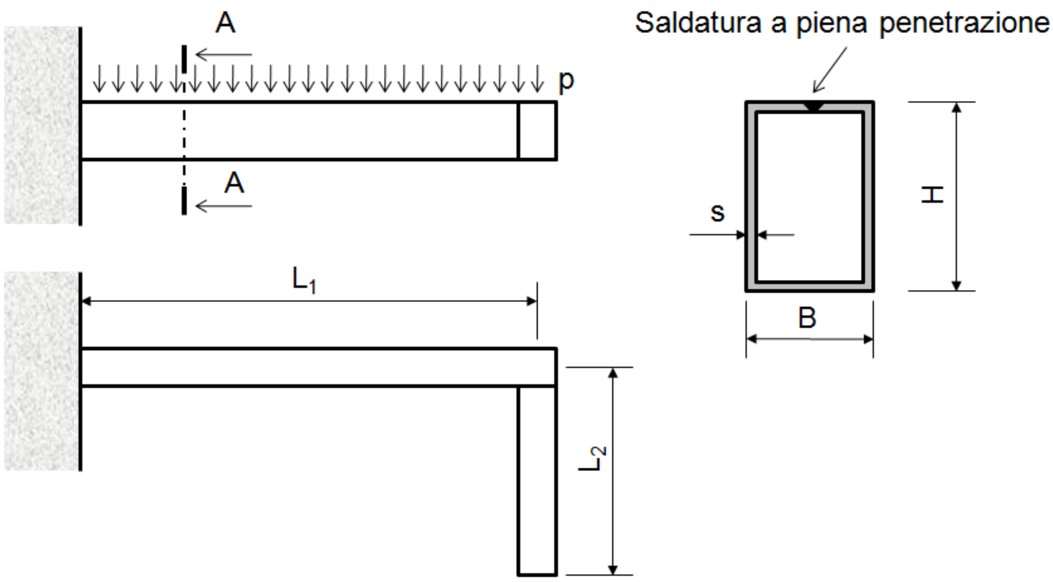


Fig. 3.1

$s_0 := 4 \cdot mm$ $\quad H := 200 \cdot mm$ $\quad B := 120 \cdot mm$

$L_1 := 2 \cdot m$ $\quad L_2 := 0.80 \cdot m$ $\quad p_0 := 13.0 \cdot \frac{N}{mm}$

$f_W := 0.85$ $\quad \sigma_{amm} := 430 \cdot MPa$

Calcolo caratteristiche di sollecitazione

$$M_{fmax} := p_0 \cdot L_2 \cdot L_1 + p_0 \cdot \frac{L_1^2}{2} = 4.68 \times 10^4 \cdot N \cdot m$$ Flessione max

$$M_{tmax} := p_0 \cdot \frac{L_2^2}{2} = 4.16 \times 10^3 \cdot N \cdot m$$ Torsione max

Caratteristiche sezione trave

$$J_x := \frac{B \cdot H^3 - (B - 2 \cdot s_0) \cdot (H - 2 \cdot s_0)^3}{12} = 1.394 \times 10^7 \cdot mm^4$$

$$\Omega_0 := (B - s_0) \cdot (H - s_0) = 2.274 \times 10^4 \cdot mm^2$$

Calcolo tensioni

$$\sigma_{par} := \frac{M_{fmax}}{J_x} \cdot \frac{H}{2} = 335.731 \cdot MPa$$ Tensione normale da flessione (parallela)

$$\tau_{par} := \frac{M_{tmax}}{2\Omega_0 \cdot s_0} = 22.871 \cdot MPa$$ Tensione tangenziale da torsione (parallela)

Verifica

$$\sigma_{id} := \sqrt{\sigma_{par}^2 + 3 \cdot \tau_{par}^2} = 338.06 \cdot MPa \quad < \quad \sigma_{ammW} := f_W \cdot \sigma_{amm} = 365.5 \cdot MPa$$